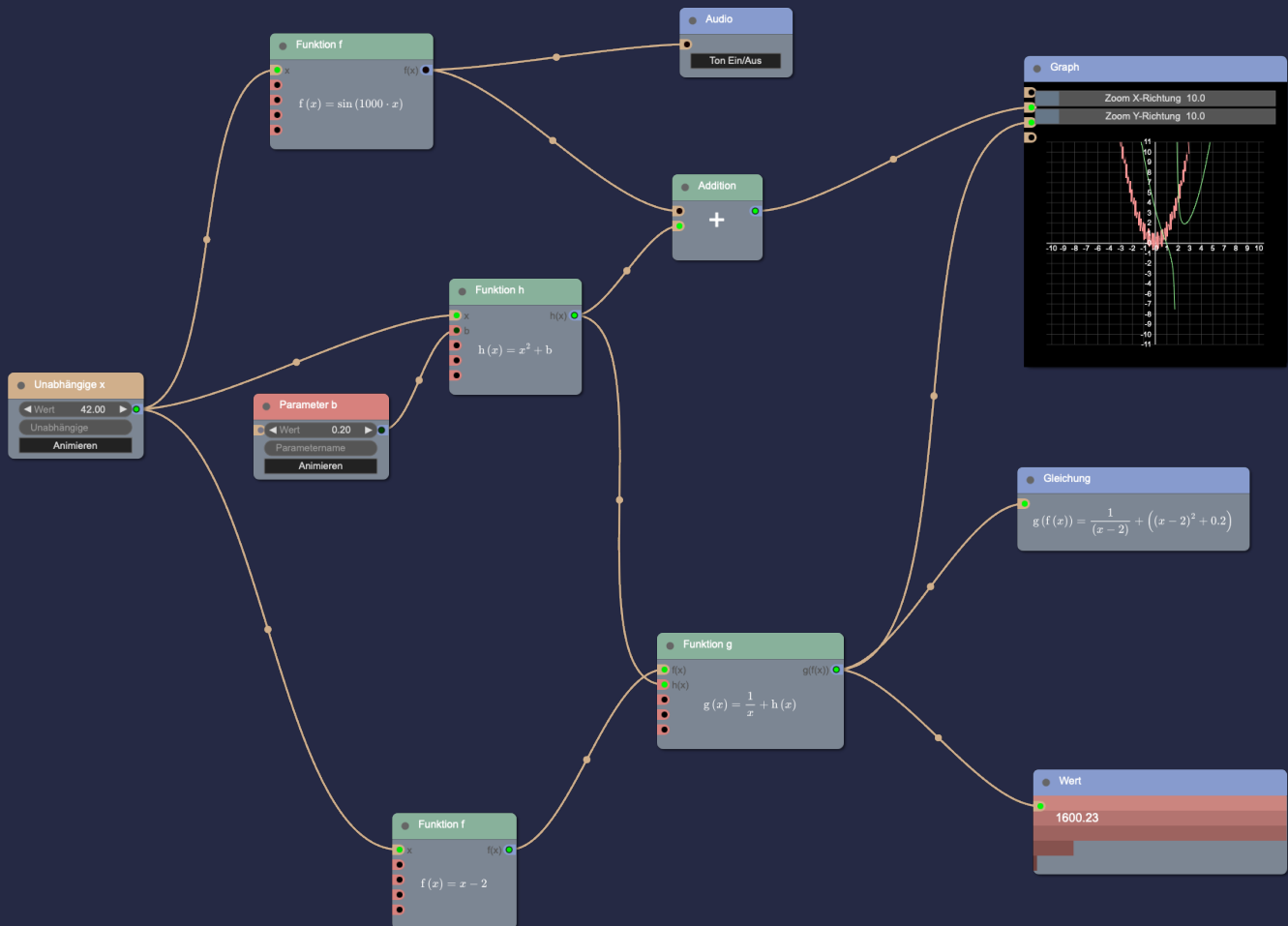


# Math-Nodes Arbeitsheft

SPIELERISCH LERNEN MIT FUNKTIONSMASCHINEN  
 EIN PROJEKT VON NICOLAS REGEL





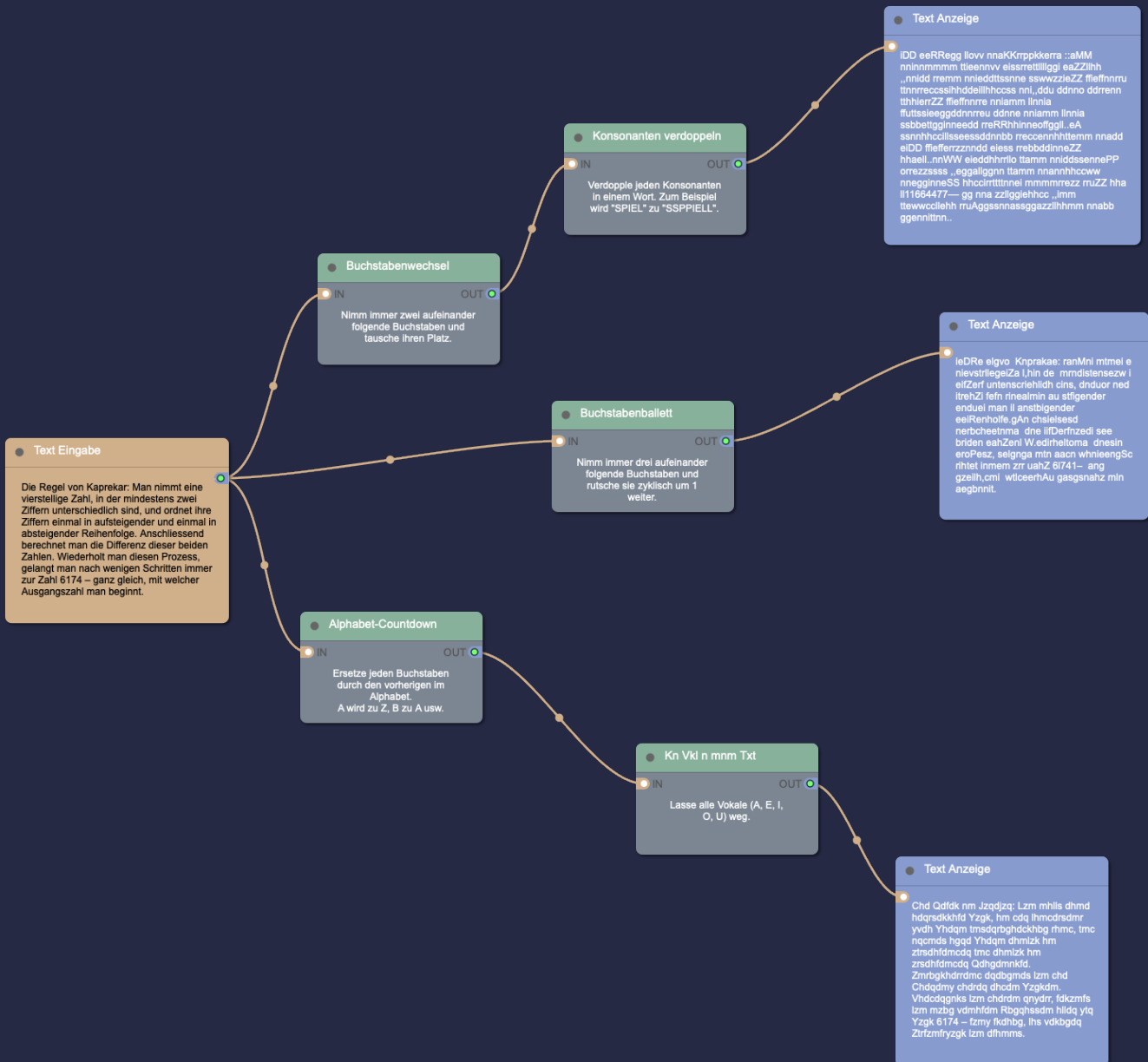
# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Wortmaschinen</b>	<b>4</b>
1	Deine erste Verbindung . . . . .	5
2	Deinen ersten Text verschlüsseln . . . . .	5
3	Maschinen verketten . . . . .	6
4	Welche Maschine war es? . . . . .	8
5	Entschlüsseln einer Nachricht . . . . .	8
6	Wie wurde verschlüsselt? . . . . .	9
7	Umkehrbar oder nicht? . . . . .	9
8	Umkehrfunktionen . . . . .	10
9	Geheime Nachrichten senden . . . . .	11
10	Geheime Nachrichten empfangen . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Funktionsmaschinen</b>	<b>12</b>
1	Von der Wortmaschine zur Funktion . . . . .	13
2	Funktionsmaschinen verketten . . . . .	14
3	Ergebnisse anders darstellen . . . . .	15
4	Wo ist der Unterschied? . . . . .	16
5	Funktionen verknüpfen . . . . .	20
6	Verknüpfen und Verketten . . . . .	21
7	Den Graphen treffen . . . . .	23
8	Funktionenpuzzle . . . . .	24
9	Graphenwirrwarr . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Funktionsmaschinen für Fortgeschrittene</b>	<b>29</b>
1	Parameter . . . . .	30
2	Triff den Graphen . . . . .	30
3	Funktionenschar . . . . .	31
4	Modulation . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Funktionen hören</b>	<b>33</b>
1	Der erste Ton . . . . .	34
2	Der Einfluss von Parametern . . . . .	34
3	Maschinen verknüpfen und mit dem Graph-Modul analysieren . . . . .	34
4	Wie klingt die Funktion? . . . . .	35
5	(S)Inception . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Anleitung</b>	<b>36</b>

1	Die Arbeitsoberfläche . . . . .	37
2	Wortmaschinen . . . . .	39
3	Funktionsmaschinen . . . . .	41

# 1. Wortmaschinen

## NACHRICHTEN VER- UND ENTSCHLÜSSELN



## 1 Deine erste Verbindung

Verbinde die unteren Maschinen wie im Beispiel oben, indem du ein Kabel vom Ausgang der Texteingabe zum Eingang des Textdisplays ziehst. Wenn du das geschafft hast, klicke auf das Texteingabefeld auf der Texteingabe-Maschine und gib etwas ein. Siehst du es auf dem Display? Du kannst Verbindungen auch wieder lösen, indem du am Ausgang anfasst und die Verbindung von da wieder löst. Versuche es!

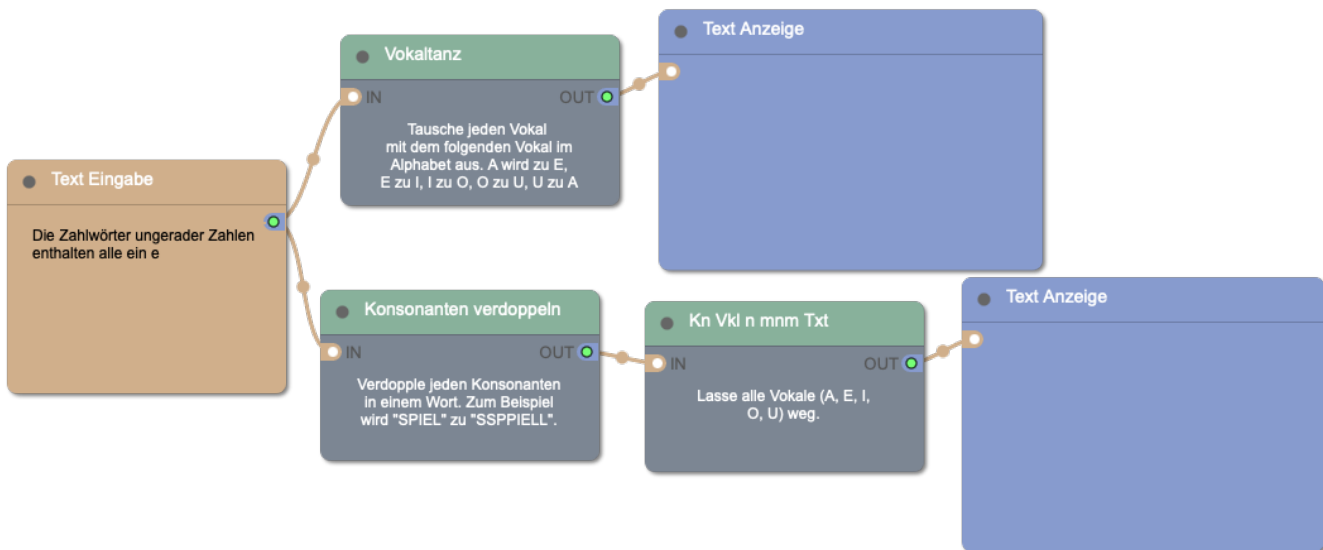
Wenn du zu wenig Platz auf deinem Bildschirm hast, kannst du die Maschinen über das Menü verkleinern oder den Vollbildmodus nutzen.

## 2 Deinen ersten Text verschlüsseln

Du kannst deinen Text mit verschiedenen Maschinen manipulieren. Verbinde dazu die Texteingabe-Maschine mit der Vokaltanz-Maschine und diese dann mit der Text-Anzeige-Maschine. Was passiert mit deinem Text?

Neue Maschinen kannst du über einen Doppelklick ins Arbeitsfenster laden. Verschaffe dir einen Überblick welche es gibt! Eine Übersicht findest du hier im Arbeitsheft.

Du kannst natürlich auch mehrere Maschinen hintereinander verwenden. Das nennt man in der Mathematik verketteten. Die Maschinen bilden dann gemeinsam eine neue Maschine, die deinen Text in der verbundenen Reihenfolge verändert. Probiere es aus! Notiere dein Ergebnis im Arbeitsheft.

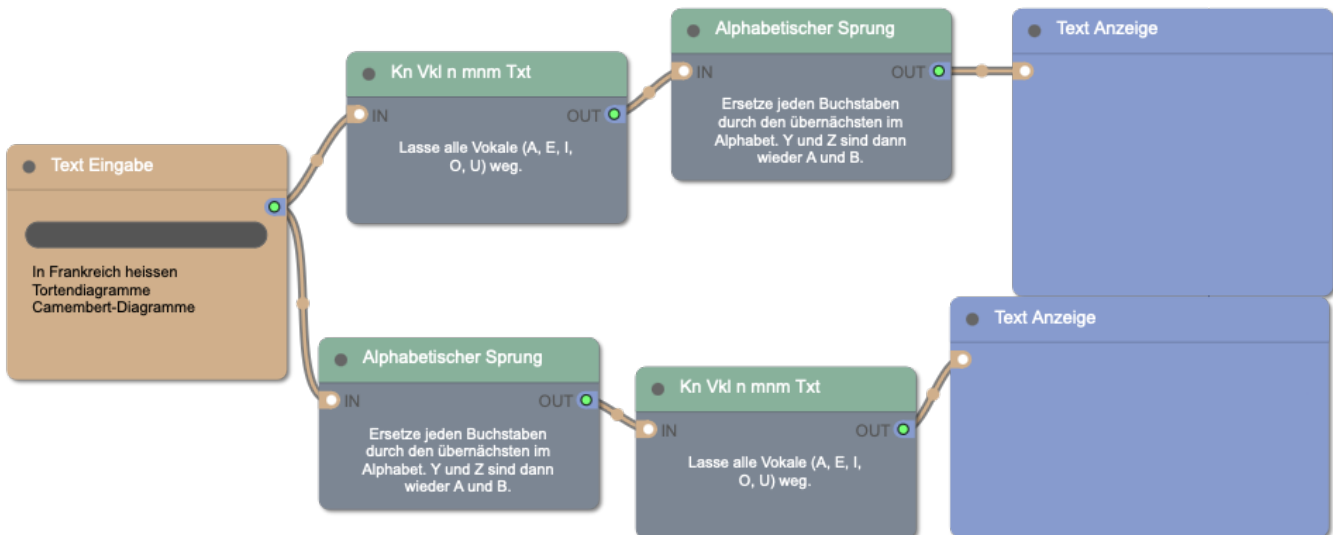


## Übersicht über alle Wortmaschinen



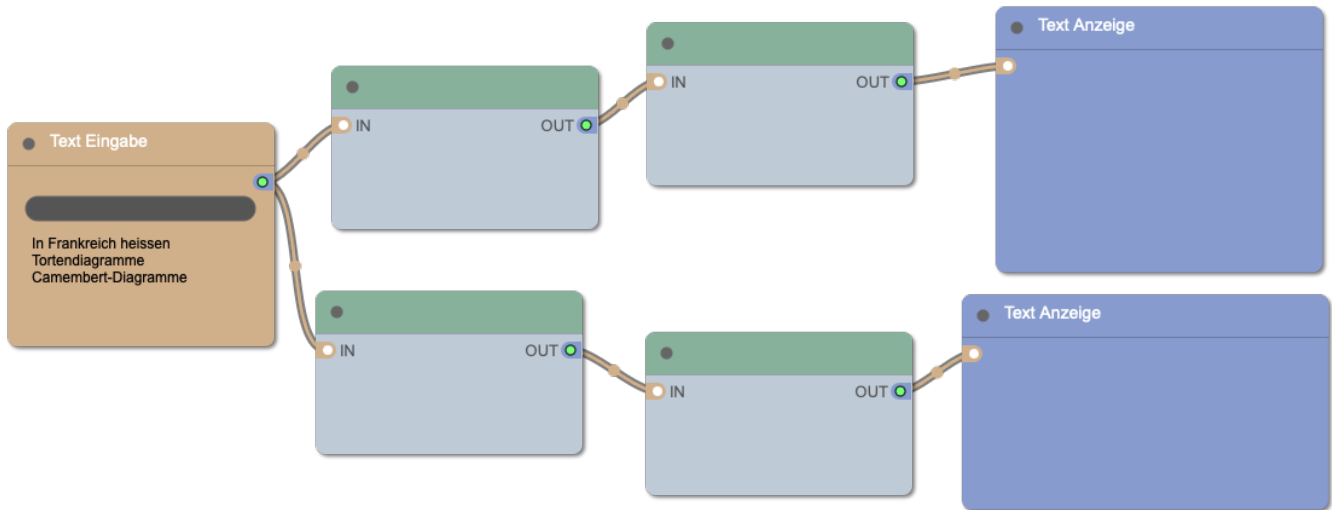
### 3 Maschinen verketteten

zwei Maschinen kannst du in unterschiedlicher Reihenfolge verbinden. Spielt die Reihenfolge eine Rolle für das Ergebnis? Probiere es aus und begründe deine Antwort.



Ist das immer so? Findest du zwei, bei denen die Reihenfolge egal ist?

Gib die gefundenen Maschinen an, notiere den Ergebnis-Text und erkläre, was hier anders ist.

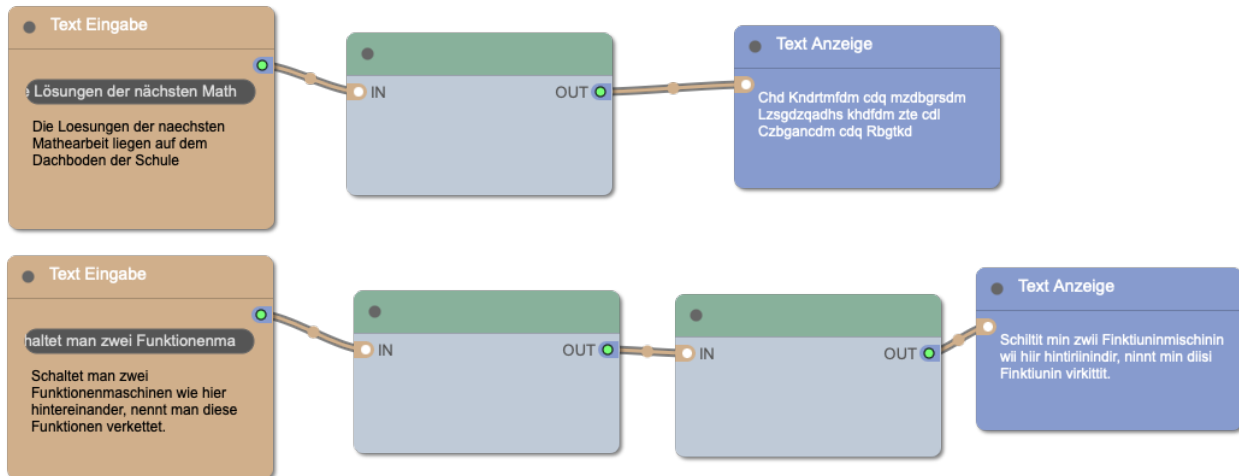




## 4 Welche Maschine war es?

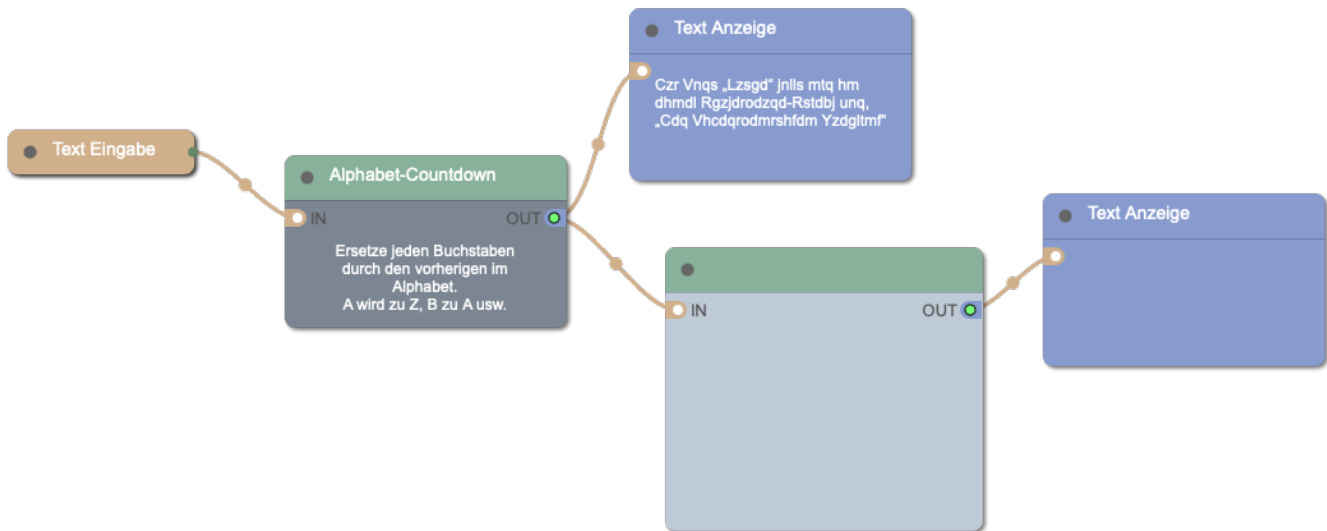
Hier sind zwei Nachrichten verschlüsselt worden. Einmal mit einer Maschine und einmal mit zwei Maschinen hintereinander.

Überlege erst, was am Text verändert wurde und welche Maschinen es gewesen sein könnten. Probiere es aus und schreib den Namen der richtigen Maschine in das entsprechende Feld im Arbeitsheft.



## 5 Entschlüsseln einer Nachricht

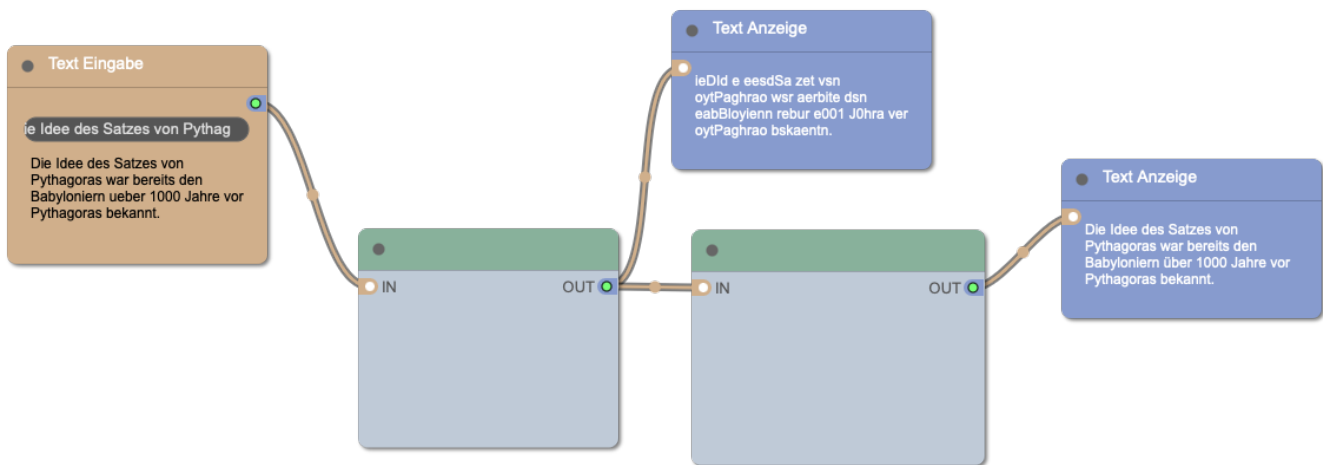
Mit der Alphabet-Countdown-Maschine wurde eine Nachricht verschlüsselt. Entwickle im Arbeitsheft eine Maschine, um die Nachricht wieder zu entschlüsseln. Gib ihr einen Namen und beschreibe ihre Funktionsweise auf der Karte.



Genau die richtige Maschine zum Entschlüsseln der Botschaft scheint es in Math-Nodes nicht zu geben. Kannst du Sie aus anderen Maschinen zusammenbauen? Wie lautet die Botschaft?

## 6 Wie wurde verschlüsselt?

Mit welcher Maschine wurde hier verschlüsselt und wie kannst du das rückgängig machen?



## 7 Umkehrbar oder nicht?

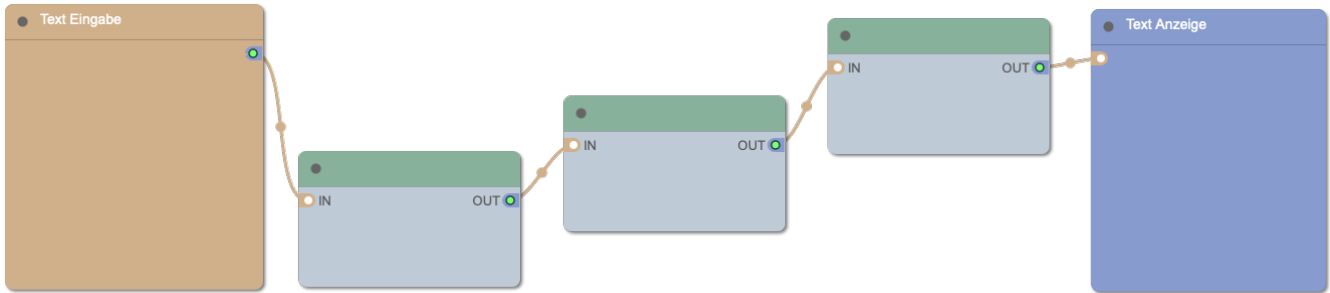
Kannst du dir zu jeder Maschine eine Maschine ausdenken, die die damit verschlüsselte Nachricht wieder entschlüsselt? Notiere deine Überlegungen im Arbeitsheft.

Versuche in Math-Nodes ein Beispiel zu finden, um deine Theorie zu bestätigen.



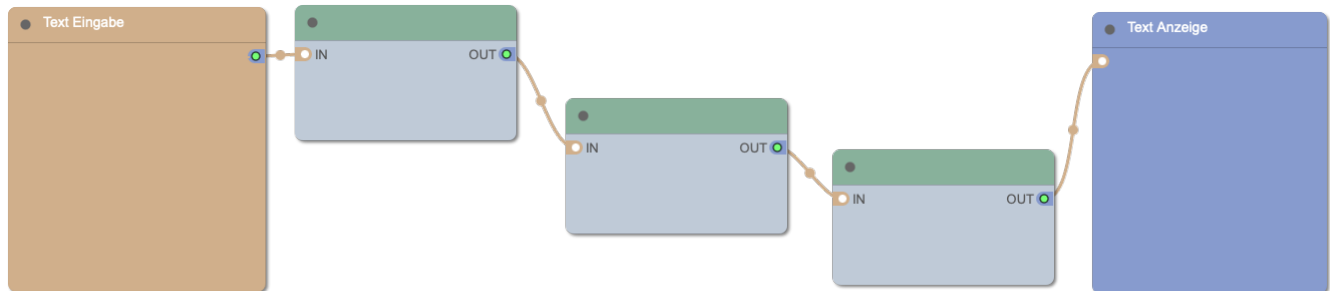
## 9 Geheime Nachrichten senden

Überleg dir eine Nachricht für die Person neben dir und schreib sie auf. Wähle bis zu drei Wortmaschinen zum Verschlüsseln aus, gib sie an und verschlüssele deine Nachricht damit. Achte bei der Auswahl deiner Wortmaschinen darauf, dass die Nachricht auch wieder entschlüsselbar ist.



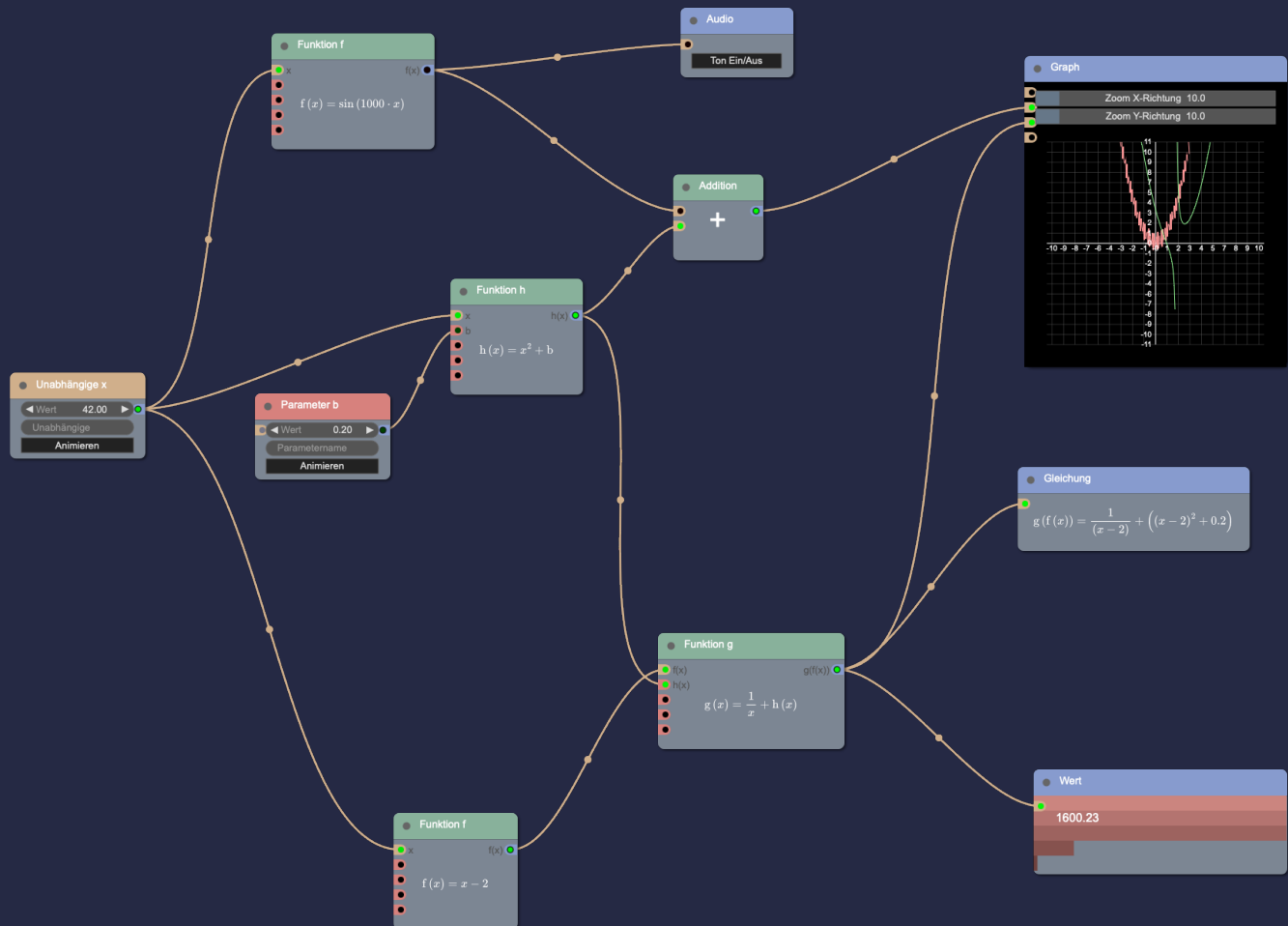
## 10 Geheime Nachrichten empfangen

Tauscht eure verschlüsselten Nachrichten aus und probiert sie wieder zu entschlüsseln. Notiere deine empfangene Nachricht und deine Lösung.



# 2. Funktionsmaschinen

MATHEMATISCHE FUNKTIONEN VERKNÜPFEN UND VERKETTEN LERNEN



## Funktionen als Maschinen

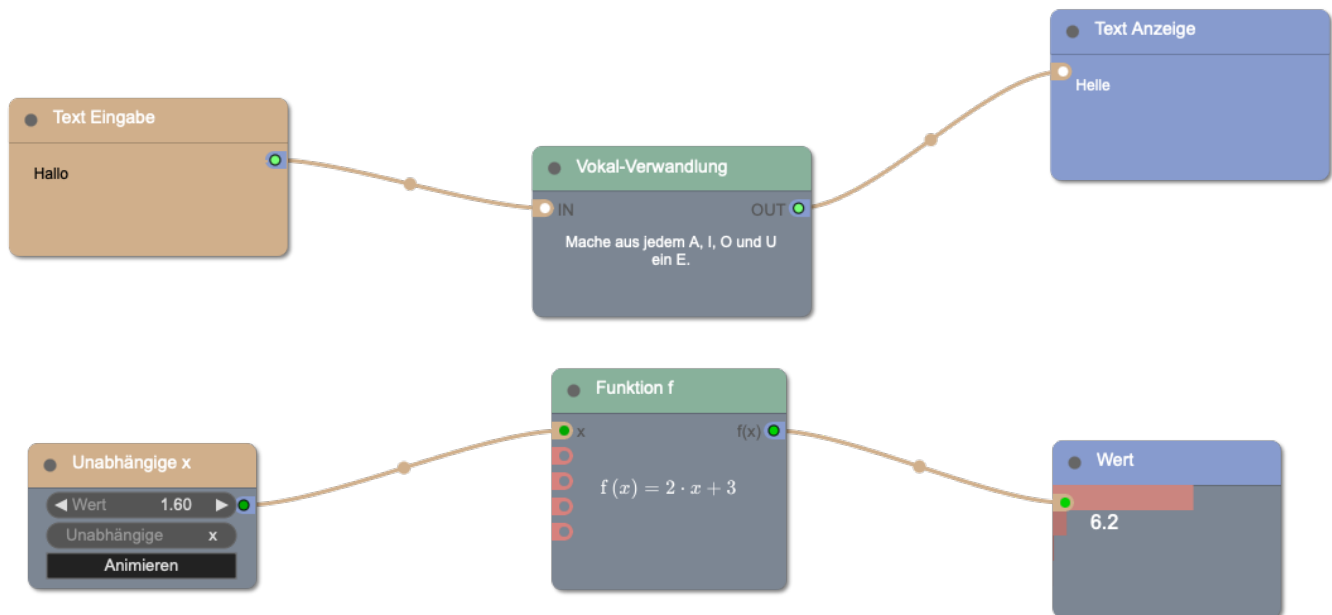
Eine mathematische Funktion kannst du dir vorstellen wie eine Maschine mit einem Eingang und einem Ausgang. Man gibt etwas in die Maschine hinein und erhält dann etwas am Ausgang der Maschine. Eine wichtige Eigenschaft von Funktionen ist dabei, dass immer das Gleiche am Ausgang herauskommt, wenn wir das Gleiche am Eingang einwerfen. In diesem Kapitel lernst du damit umzugehen.

### 1 Von der Wortmaschine zur Funktion

Funktionsmaschinen funktionieren auf die gleiche Weise wie die Wortmaschinen. Genau genommen sind die Wortmaschinen auch spezielle Funktionsmaschinen.

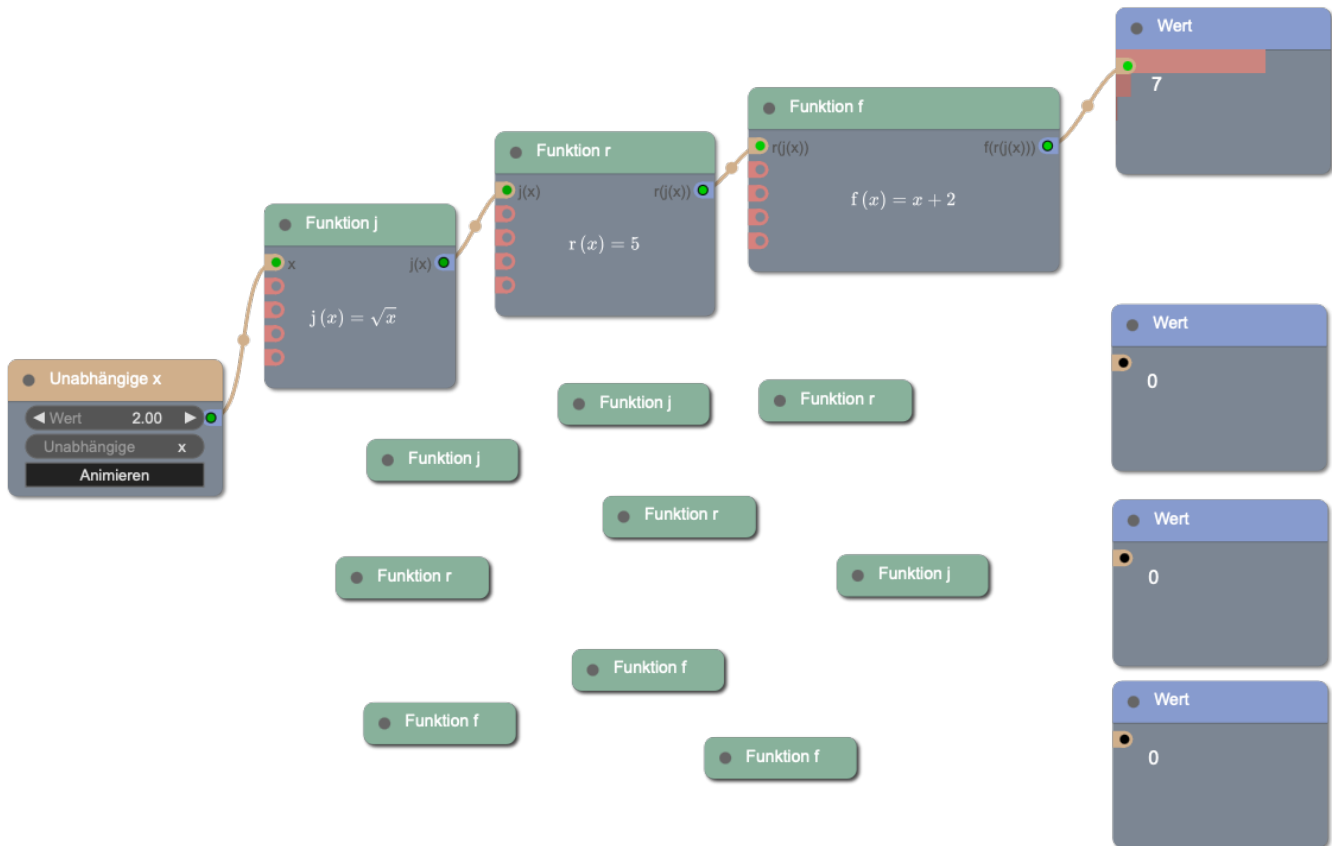
Auch hier gibt es eine Eingabe in Form einer unabhängigen Variable. Diese wird von einer oder mehreren Funktionsmaschinen verarbeitet und das Ergebnis mit Hilfe von verschiedenen Feedback-Maschinen angezeigt.

Probiere verschiedene Werte aus und beobachte, wie sich das Ergebnis verändert.



## 2 Funktionsmaschinen verketten

Genau wie bei den Wortmaschinen kannst du auch Funktionsmaschinen hintereinander schalten. Die Maschinen bilden dann gemeinsam eine neue Maschine, die deinen Wert in der verbundenen Reihenfolge verändert. Probiere verschiedene Kombinationen aus und notiere sie mit den Ergebnissen für die unabhängige Variable  $x = 2$  im Arbeitsheft.



### Bonusaufgabe:

Wie viele verschiedene Maschinen kannst du aus den 3 Funktionen bauen?

---



---

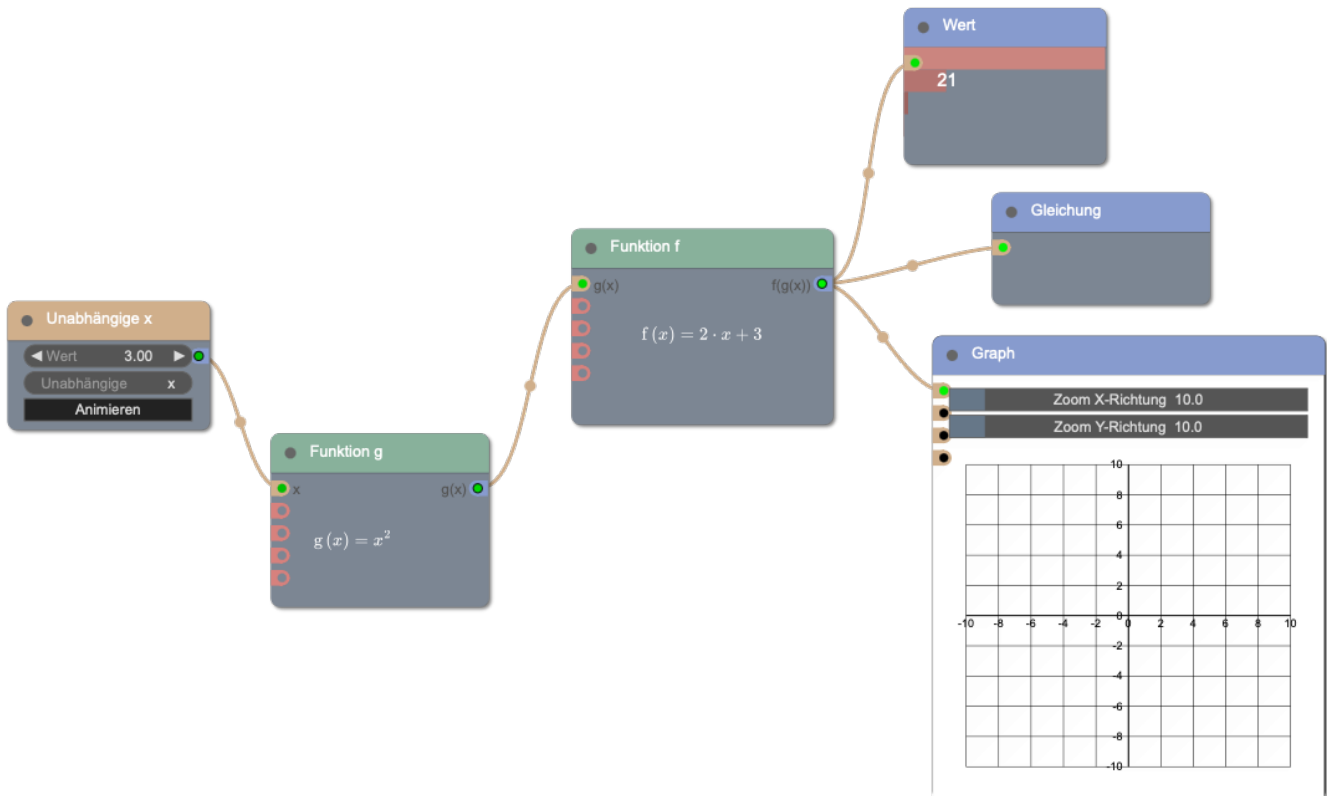


---

### 3 Ergebnisse anders darstellen

In Math-Nodes kannst du dir außer dem Wert zu einer unabhängigen Variable auch die Gleichung, den Graphen und sogar den Klang (Kapitel 4) einer Funktion ausgeben lassen. Dazu gibt es jeweils eine eigene Feedback-Maschine. Feedback-Maschinen sind immer blau.

Überlege zunächst wie der Graph und die Funktionsgleichung aussehen müssten und notiere deine Vermutungen im Arbeitsheft. Verbinde dann die Funktionen mit den verschiedenen Feedback-Maschinen und überprüfe deine Vermutungen.



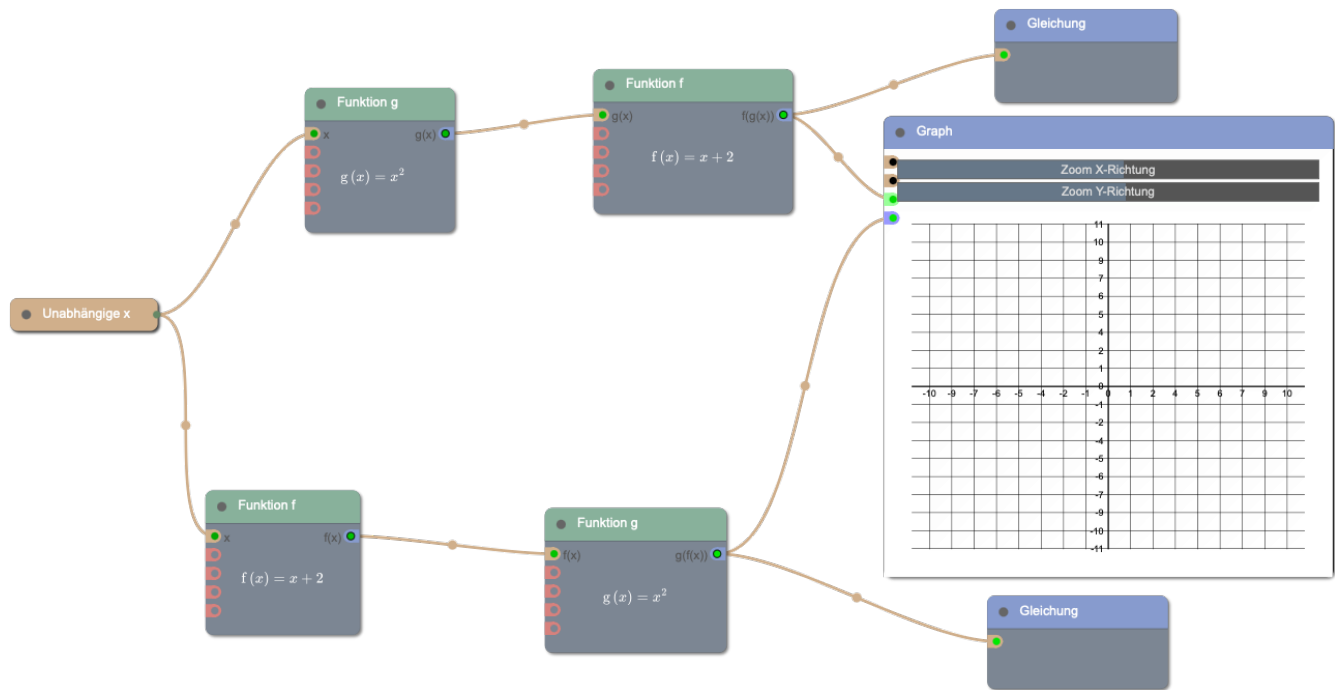


## 4 Wo ist der Unterschied?

Hier sind zwei Funktionen in umgekehrter Reihenfolgen verkettet worden. Überlege wie die Funktionsgleichung der Verkettung lauten könnte und der Graph aussehen müsste und probiere dann aus.

Zeichne die Graphen und beschreibe worin sich unterscheiden und warum.

a)




---



---

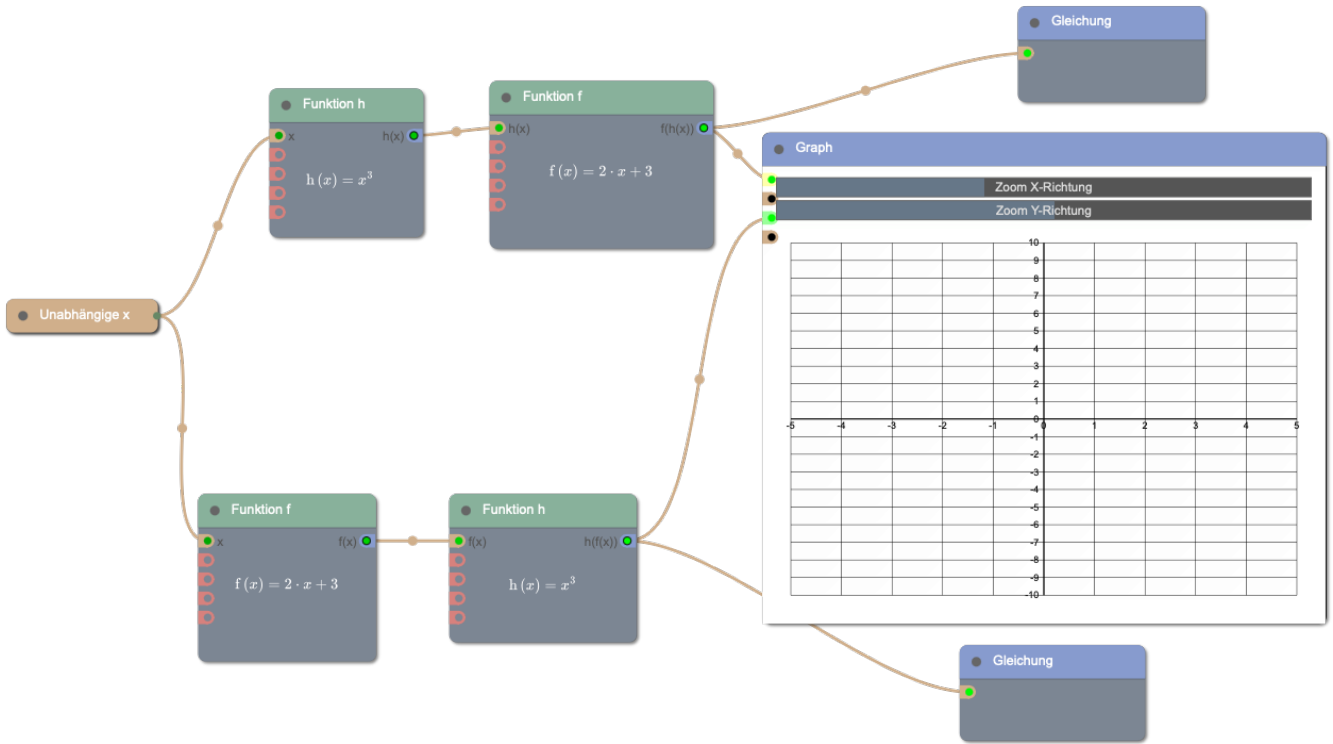


---



---

b)




---



---

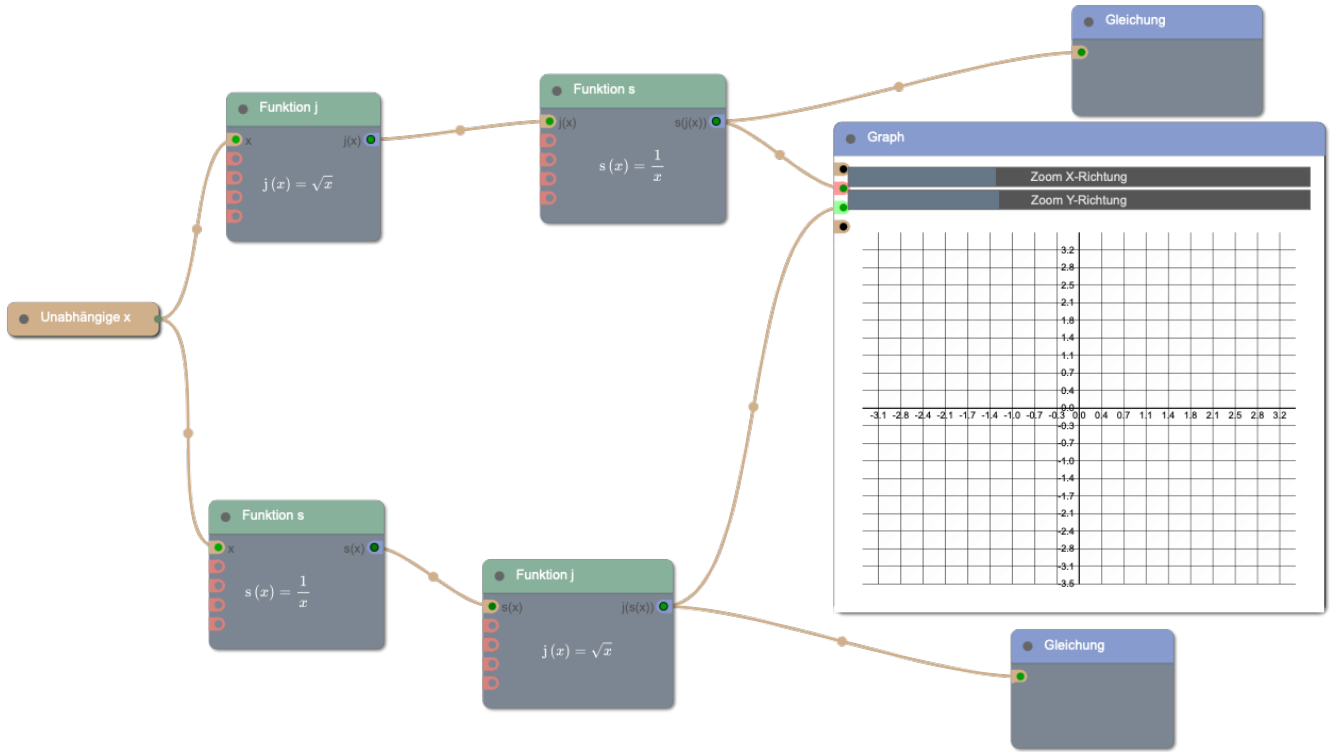


---



---

c)




---



---

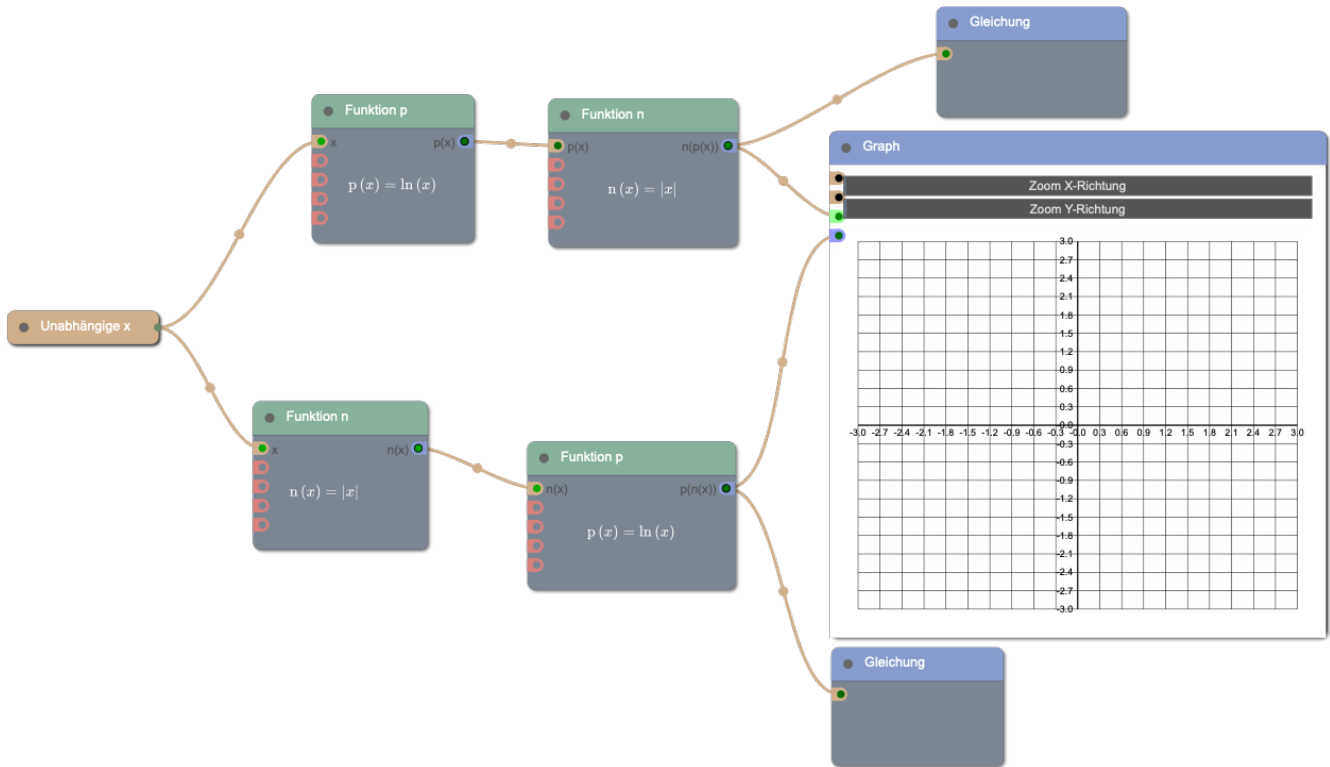


---



---

d)




---



---



---



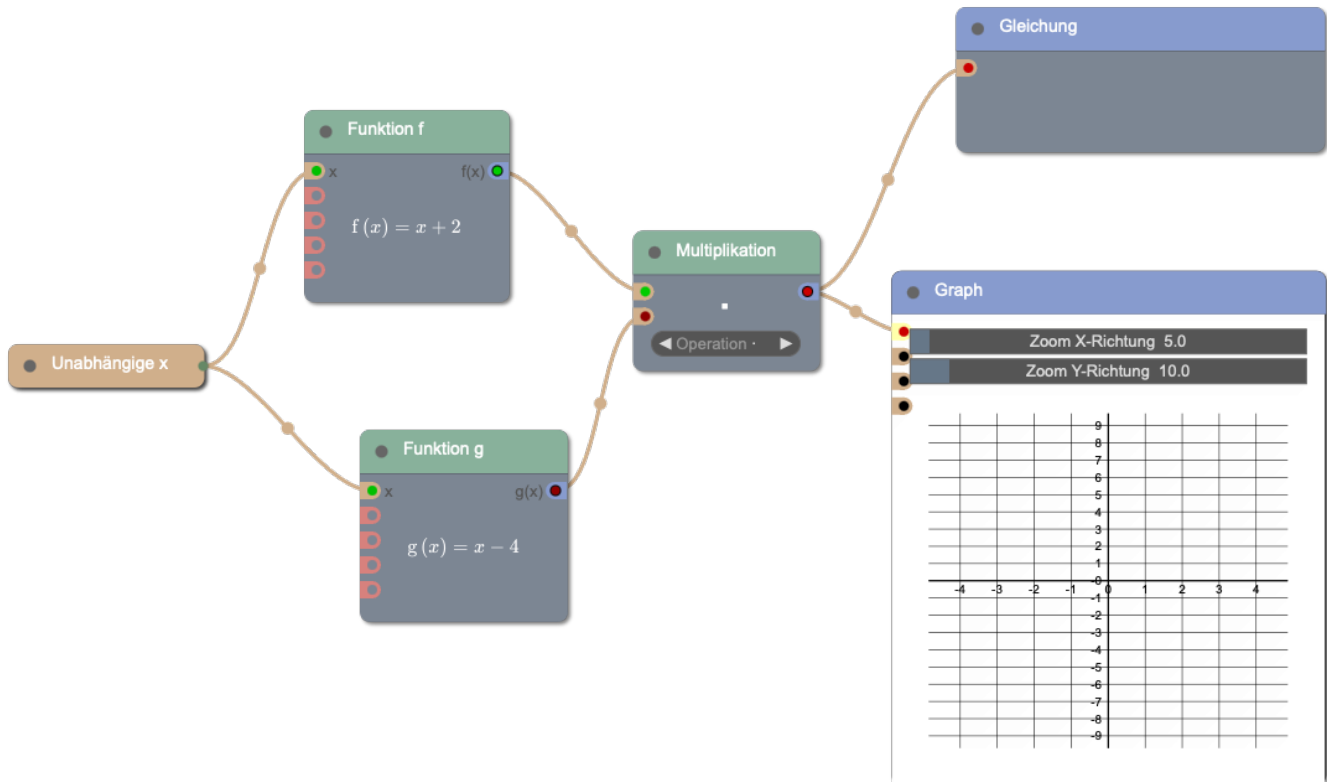
---

## 5 Funktionen verknüpfen

Du kannst zwei Funktionsmaschinen nicht nur verketteten, sondern auch mittels einer Operationsmaschine mit den Operationen Addition, Multiplikation, usw. verknüpfen.

Hier im Arbeitsheft findest du ein anderes Beispiel als auf Math-Nodes. Gib dafür die Funktionsgleichung an. Wie könnte der Graph aussehen? Diskutiere mit der Person neben dir und skizziere dann den Graphen.

**Beachte:** Die Feedbackmaschine in Math-Nodes vereinfacht die Funktionsterme nicht.



## Tipp

In vielen Aufgaben in Math-Nodes ist die Struktur, in der verkettet und verknüpft wird, schon vorgegeben und du sollst die passenden Funktionen und Operationen auswählen.

Klickst du mit der rechten Maustaste oder am Tablet mit zwei Fingern auf eine Funktionsmaschine, werden dir ein paar Funktionen vorgeschlagen, mit denen du die Aufgabe lösen kannst. Die verschiedenen Operationen kannst du einfach in der Schaltfläche der Operationsmaschine auswählen.

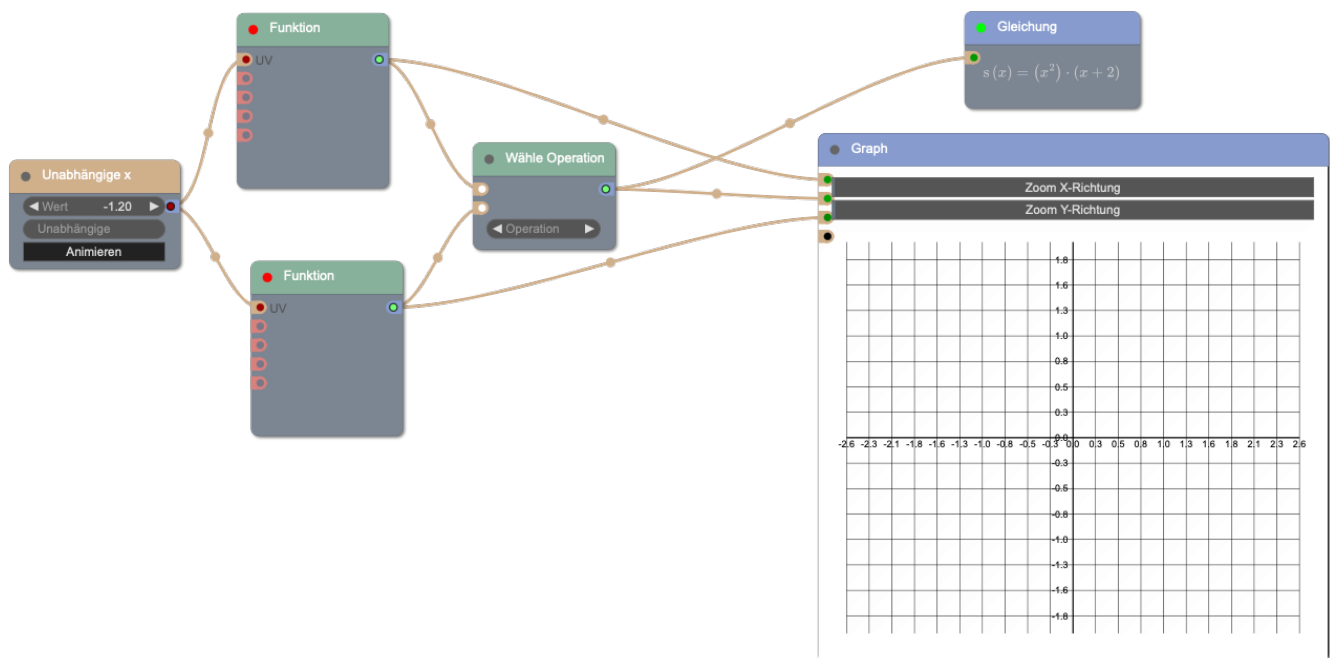
Im Graph-Feedback siehst du nicht nur den Graph einer Funktion, sondern auch ein kleines Kreuz. Das ist der Funktionswert für den Wert der unabhängigen Variable.

## 6 Verknüpfen und Verketteten

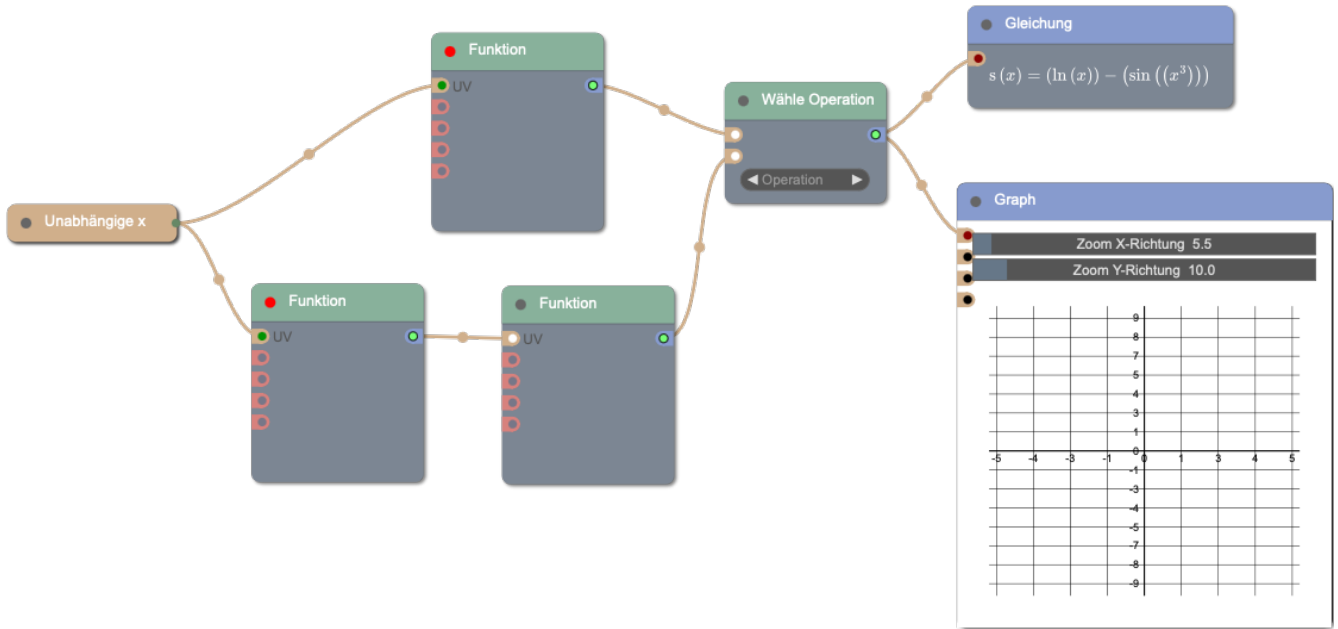
Wähle die Funktionen und die Operation so, dass du den angegebenen Funktionsterm erhältst. Notiere deine Lösung und skizziere den Graphen. Beschreibe, welchen Einfluss die einzelnen Maschinen auf den Graphen der Gesamtfunktion haben.

Verbinde Funktionsmaschinen zusätzlich einzeln mit dem Graphen. So kannst du den Graphen der resultierenden Gesamtfunktion mit den Teilfunktionen vergleichen.

a)



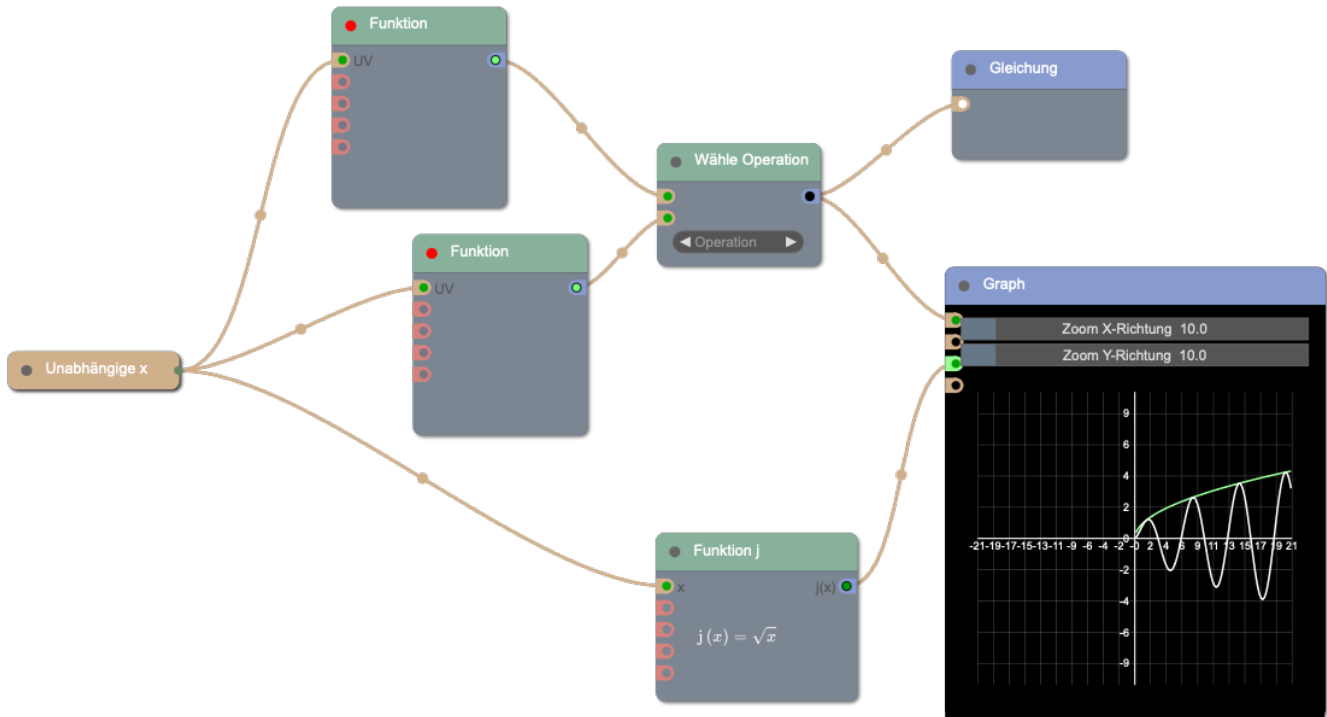
b)



## 7 Den Graphen treffen

Wähle die Funktionen und die Operation so, dass der weiße Graph entsteht. Notiere die Lösung und erkläre dein Vorgehen.

**Für b:** Erläutere den Zusammenhang zwischen dem weißen und dem grünen Graphen.




---



---



---



---



---



## 8 Funktionenpuzzle

---

Verknüpfe und/oder verkette die Maschinen so, dass die weißen Graphen entstehen. Gib jeweils die zugehörige Funktionsgleichung im Arbeitsheft an.

Wenn du es richtig gelöst hast, ist keine Maschine übrig.

a) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

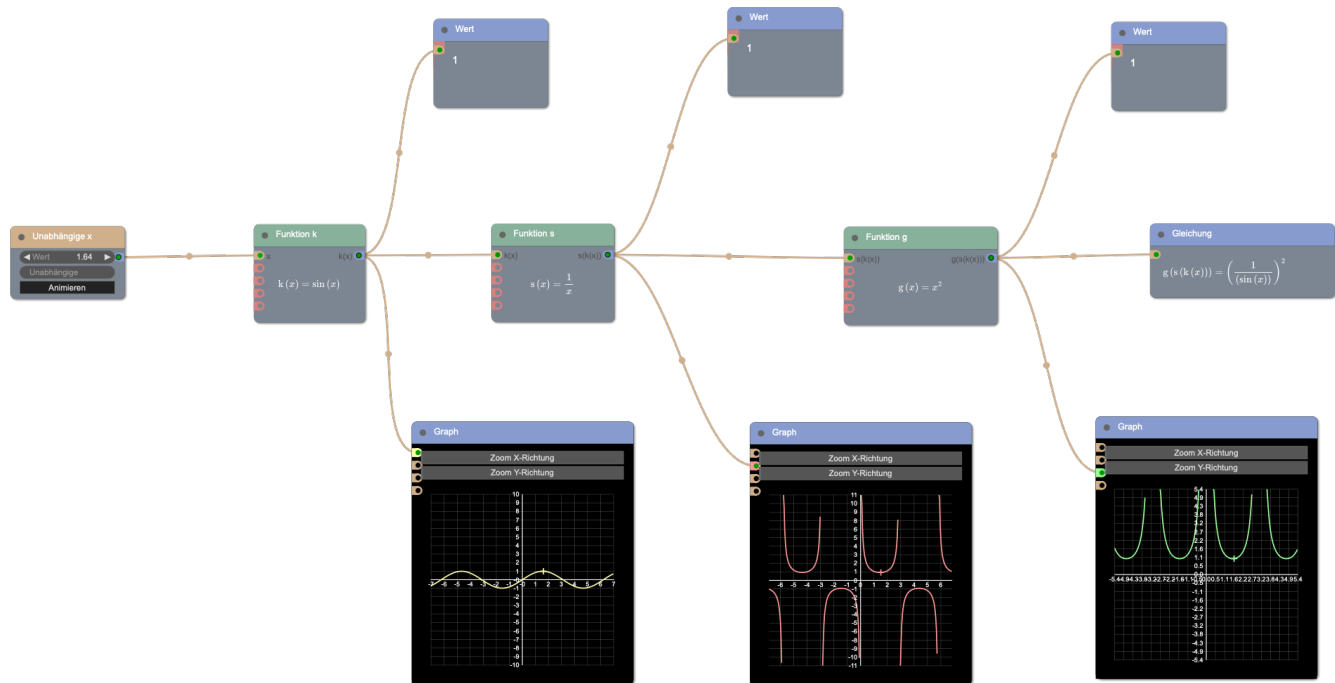
\_\_\_\_\_

## 9 Graphenwirrwarr

Beschreibe für die verketteten Funktionen jeweils den Zusammenhang zwischen den einzelnen Graphen. Finde besondere Werte für die unabhängige Variable an denen du das Verhalten des Graphen erklären kannst.

Schau dir hier die Lösung für das erste Beispiel an und bearbeite dann die anderen.

a)

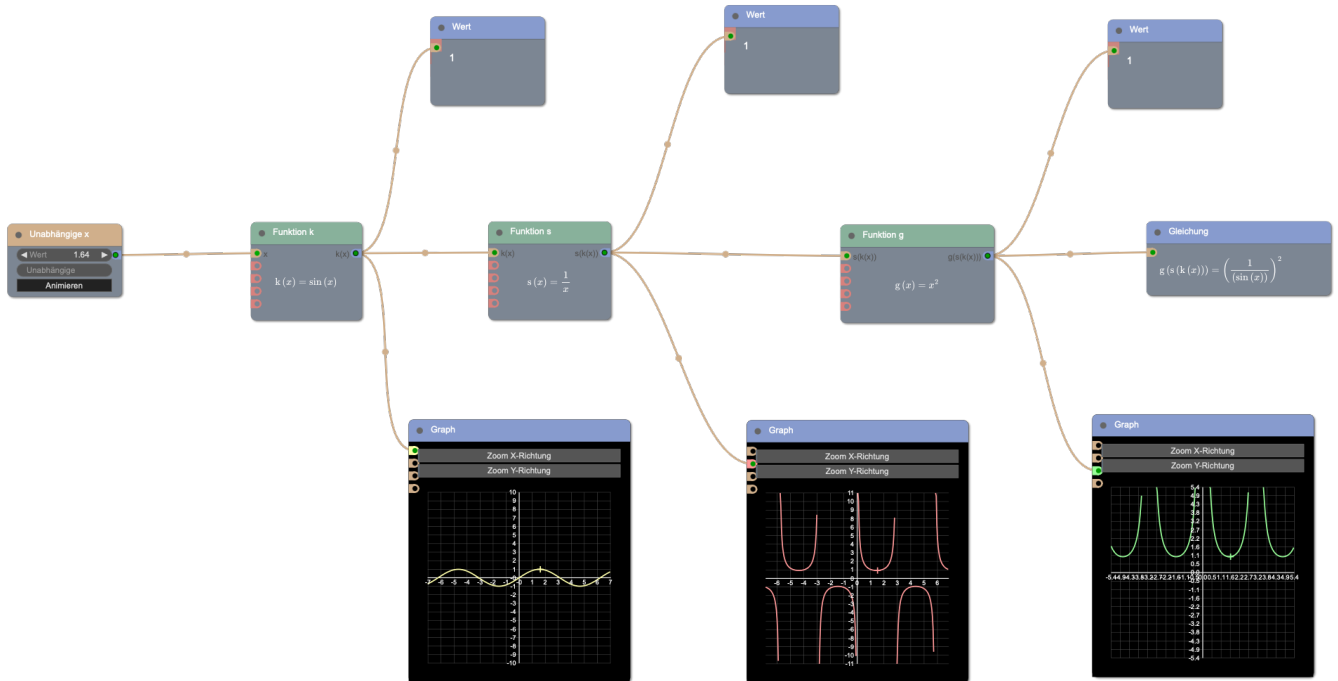


Der erste Graph entspricht einer einfachen Sinusfunktion. Die periodische Struktur findet sich im zweiten Graph wieder. Zu diesem gehört die Funktionsgleichung  $s(k(x)) = \frac{1}{\sin(x)}$ .

Besondere Werte für die unabhängige Variable sind die Nullstellen der Sinusfunktion, also die Vielfachen von  $\pi$ . Für diese Werte ist die Funktion nicht definiert und divergiert je nach Seite gegen plus oder minus unendlich. Die Maxima und Minima der Sinusfunktion bei  $\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$  sind die lokalen Minima und lokalen Maxima der neuen Funktion. Die Funktionswerte im zweiten Graph sind gleich den Kehrwerten der Sinusfunktion an diesen Stellen.

Die dritte Funktion quadriert die Funktionswerte der bisher verketteten Funktionen. Dadurch werden die negativen Funktionswerte positiv und die positiven Funktionswerte größer. Der Graph der dritten Funktion spiegelt also die vorher negativen Funktionswerte an der x-Achse und streckt den Graphen. Die Periodizität bleibt erhalten. Die Funktion divergiert für die Nullstellen der Sinusfunktion jetzt immer gegen plus unendlich. Alle Extremstellen der Sinusfunktion sind jetzt lokale Minima.

b)




---



---



---



---



---



---



---



---



---



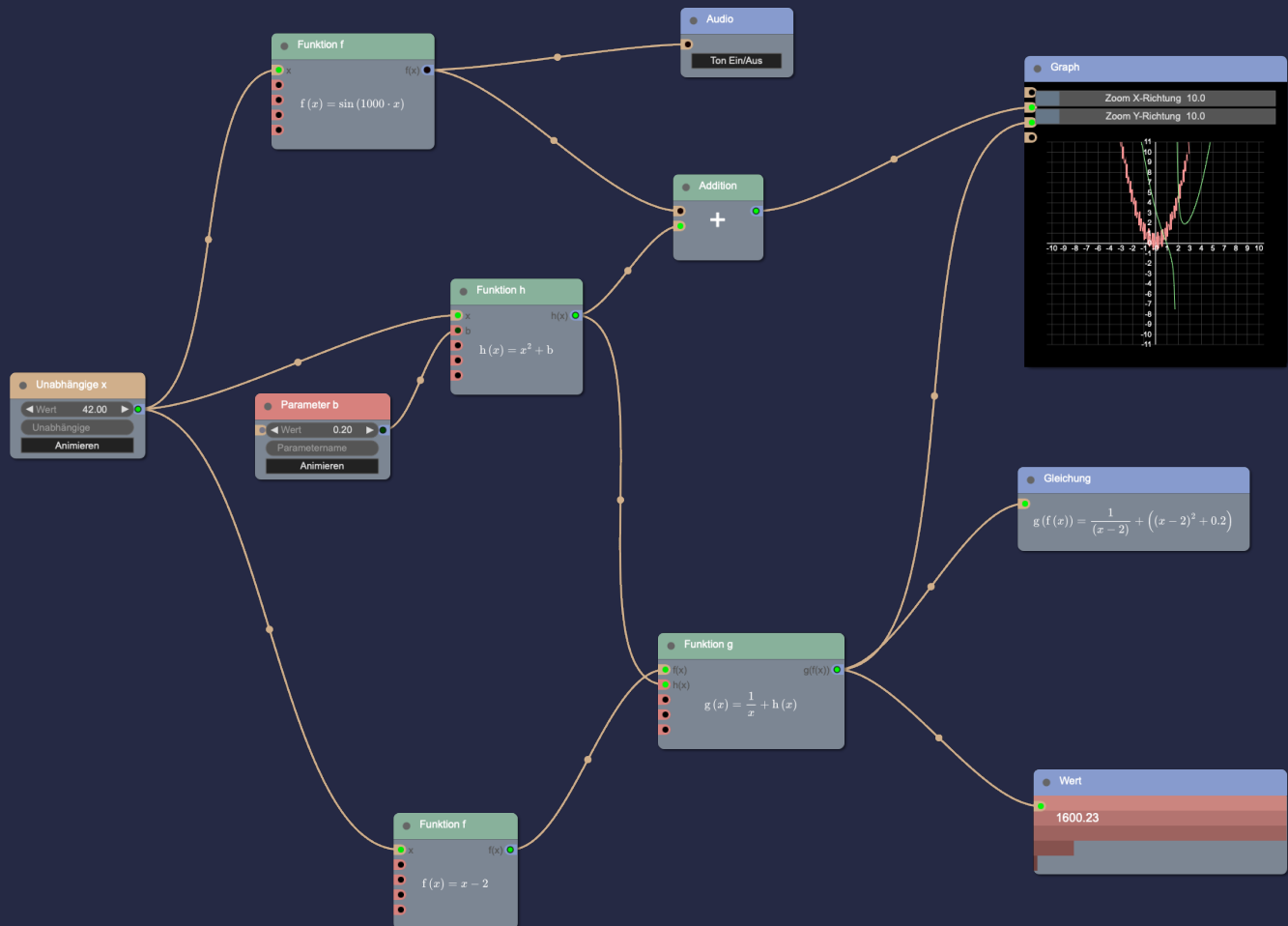
---





# 3. Funktionsmaschinen für Fortgeschrittene

## PARAMETER UND MODULATION



## 1 Parameter

In Math-Nodes haben Funktionsmaschinen zusätzlich zur unabhängigen Variable noch weitere Eingänge. Dort kannst du Parameter anschließen, die du dann in der Funktionsmaschine verwenden kannst.

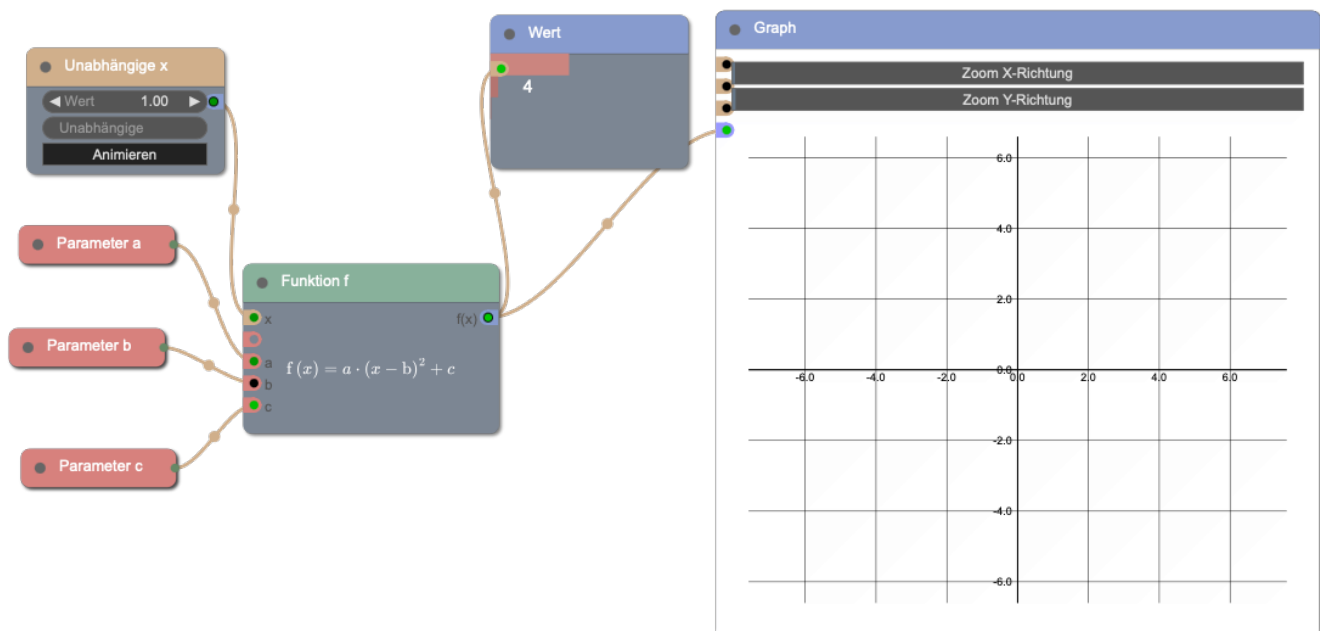
Solange der Name des Parameters mit dem in der Funktionsgleichung übereinstimmt, kannst du jeden der vier Parametereingänge nutzen. /par

Schließe den Parameter  $a$  aus dem Beispiel an die Funktionsmaschine an und verändere den eingestellten Wert. Beschreibe, wie sich der Graph der Funktion abhängig vom Parameterwert ändert.

## 2 Triff den Graphen

Im Graph-Feedback siehst du den Graphen einer quadratischen Funktion. Stelle die Parameter der Funktion  $f$  so ein, dass der Graph von  $f$  dem weißen entspricht. Gib die eingestellten Werte der Parameter im Arbeitsheft an und beschreibe, was die 3 Parameter jeweils am Graphen verändern.

Finde möglichst viele quadratische Funktionen/ Einstellungen für die Parameter, sodass  $f(1) = 4$  ist. Skizziere 3 möglichst verschiedene Lösungen. Gib die Parameterwerte an.



---

---

---

### 3 Funktionenschar

---

Du hast eben gesehen, dass du Funktionen mit Parametern verändern kannst. Eine Funktionsgleichung mit den allgemeinen Parametern, z.B.  $f(x) = a \cdot x^2$ , beschreibt dann alle möglichen konkreten Funktionen, die diese Form haben, z.B.  $f(x) = 2 \cdot x$ . Wir nennen das dann eine Funktionenschar und verdeutlichen das, indem wir  $f_a(x)$  schreiben. In Math-Nodes kannst du dir einen Überblick über eine Funktionenschar verschaffen, indem du den Parameter animierst.

Besondere Funktionenscharen - sogenannte Bündel - sind solche, bei denen alle Funktionen der Schar durch mindestens einen bestimmten Punkt gehen. Finde solche Punkte, gib sie an und begründe, warum sich der Funktionswert dort unabhängig vom Parameterwert nicht ändert.

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_



## 4 Modulation

---

Betrachte zunächst die Funktionen  $f$  und  $g$  im ersten Fenster. Welchen Einfluss auf den Graphen haben jeweils die Parameter  $a$  und  $b$ ? Probiere aus und beschreibe im Arbeitsheft.

---



---

Die Funktionen  $f$  und  $g$  im zweiten Fenster sehen beinahe aus wie im ersten. Statt der Parameter sind hier aber Funktionen  $a$  und  $b$  an die Parametereingänge angeschlossen. Beschreibe den Verlauf der Graphen von  $f$  und  $g$  und den Einfluss der Funktionen  $a$  und  $b$  auf den Verlauf.

Kann dir dein Wissen zum Einfluss der Parameter helfen?

---



---



---



---

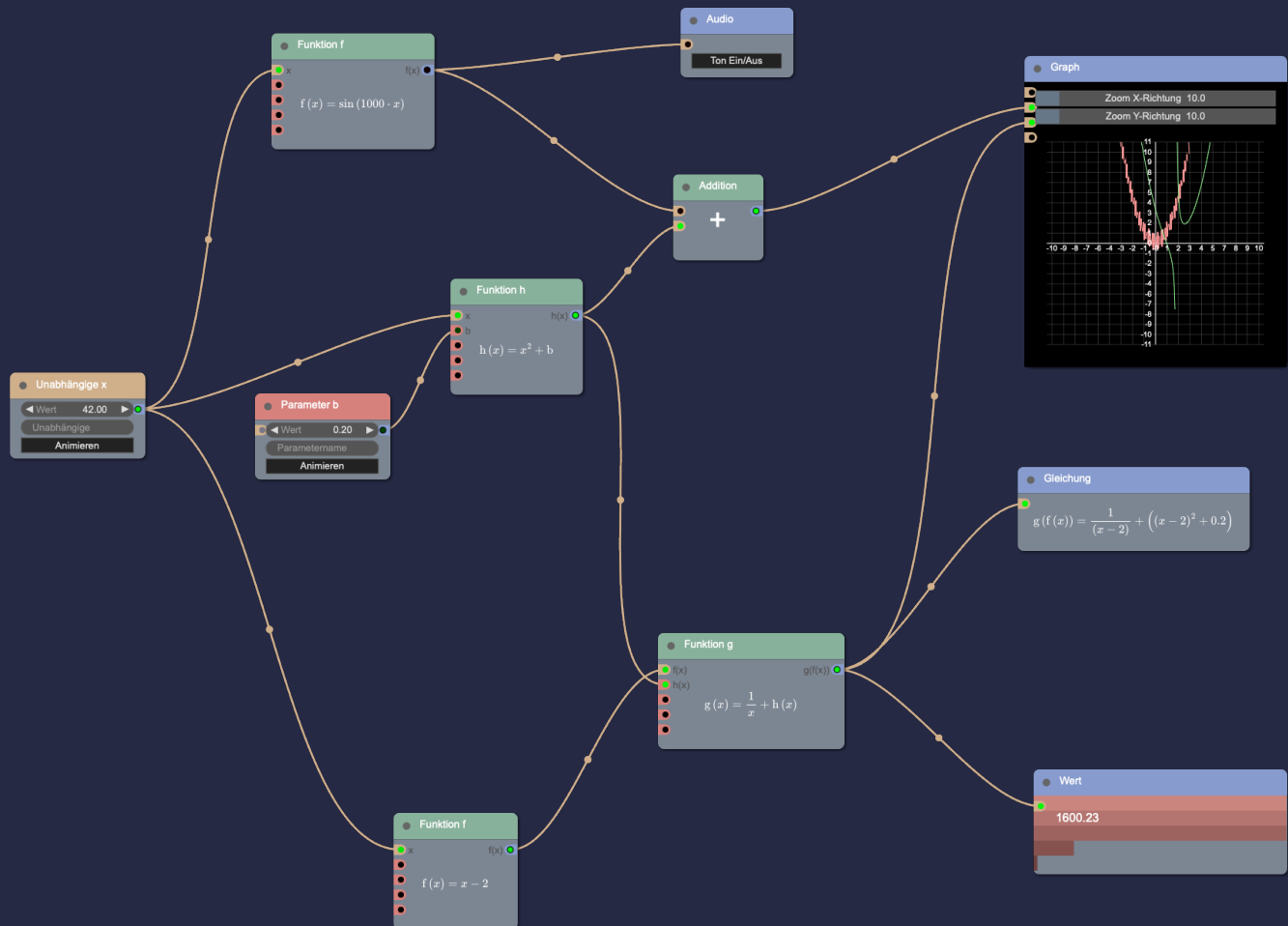
### Tipp

Parameter kannst du dir vorstellen wie Drehknöpfe, mit denen du an einer Funktion "rumschrauben" kannst. Du kannst dir Fragen stellen wie: "Was macht es mit der Funktion, wenn dieser Parameter sehr groß oder nahe null ist?"

Manchmal ist es hilfreich, sich Teile einer Funktion vorzustellen, als würden sie einen dieser Drehknöpfe ersetzen. Bei  $g(x) = \sin(b(x) \cdot x)$  kannst du dir z.B. vorstellen, dass jemand den Drehknopf so bewegt, wie die angeschlossene Funktion  $b(x)$  verläuft. In diesem Beispiel wird der Knopf z.B. linear immer weiter hochgedreht. Wenn du weißt, was ein Parameter an der Stelle der Funktion  $g$  beeinflussen würde, weißt du auch, was die Funktion  $b$  dort macht.

# 4. Funktionen hören

MATHEMATIK HÖRBAR MACHEN



Periodische Funktionen sind ein tolles Modell für Töne. Töne sind nämlich physikalisch Schwingungen in der Luft, die sich mit den richtigen Funktionen sehr gut beschreiben lassen. Physikalisch ist die Unabhängige dabei immer die Zeit  $t$ . Math-Nodes kann dir aber auch Töne ausgeben, wenn du z.B.  $x$  als Unabhängige gewählt hast. In den folgenden Beispielen schauen wir uns Stück für Stück an, wie du mit Funktionen Töne erzeugen und in Tonhöhe und Klang verändern kannst.

## 1 Der erste Ton

---

Um in Math-Nodes einen Ton zu erzeugen, brauchst du mindestens 3 Dinge: Eine unabhängige Variable, eine Funktion-Maschine und das Audio-Feedback. Die Sinusfunktion in diesem Beispiel schwingt 440 mal in der Sekunde hin und her, hat also eine Frequenz von 440 Hz. Klicke in der Audio-Maschine auf Ton Ein, starte die Animation der Funktion in der unabhängigen Variable und schaue, ob du etwas hörst.

## 2 Der Einfluss von Parametern

---

Wenn du bis hier gekommen bist, hast du deinen ersten Ton erzeugt. Klasse! Hier dein erster Forschungsauftrag: Untersuche den Einfluss der Parameter  $a, b, c, d$  auf das, was du hörst, also deinen Höreindruck. Verändere dazu die Werte der Parameter an den entsprechenden Maschinen.

---



---

## 3 Maschinen verknüpfen und mit dem Graph-Modul analysieren

---

In dieser Aufgabe sollst du die Funktion  $f(t) = a \cdot \sin(b \cdot 2\pi \cdot t)$  mit der Funktion  $g(f(t)) = (a \cdot \sin(b \cdot 2\pi \cdot t))^2$  zunächst grafisch und dann auditiv vergleichen. Kannst du vermuten, welchen Einfluss auf den Klang die Funktion  $g$  hat? Bevor du dir die Funktionen anhören willst, musst du die Frequenz (Parameter  $b$ ) erhöhen. Menschen können Töne erst ab ca 50 Hz überhaupt als Ton wahrnehmen. Wähle am besten eine Frequenz ab ca. 250 Hz.

---



---



---



---

## 4 Wie klingt die Funktion?

---

Entwirf jeweils einen Math-Nodes-Patch, welcher der Funktionsgleichung in der Gleichung-Maschine entspricht. Du kannst die zweite zum Vergleichen nutzen.

Bevor du dir den resultierenden Ton anhörst, stelle zunächst Vermutungen zum Höreindruck und zum Verlauf des Graphen auf.

## 5 (S)Inception

---

Finde je eine Funktionsgleichung für die dargestellten Patches. Du kannst dein Ergebnis und Zwischenergebnisse überprüfen, indem du die Gleichungsmaschine an der entsprechenden Stelle anschließt.

Vermute wie der dargestellte Patch klingen könnte. Falls du Schwierigkeiten hast, kannst du die Graph-Maschine verbinden. Überprüfe dein Ergebnis, indem du mit der Audio-Maschine den Ton ausgeben lässt.

---

---

---

---

---

---

---

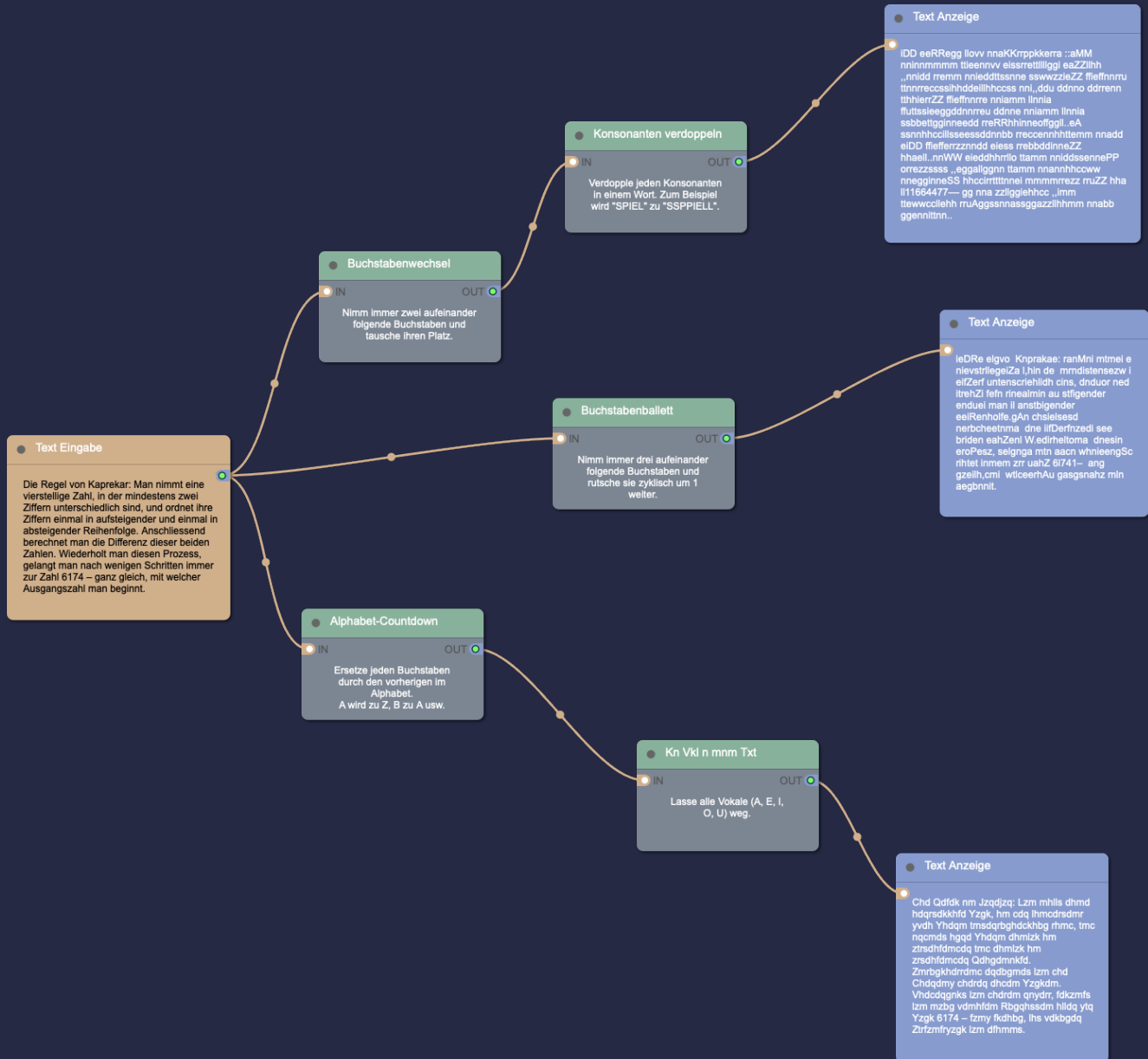
---

---

---

# 5. Anleitung

HIER FINDEST DU EINE DETAILLIERTE ANLEITUNG ZU ALLEN FUNKTIONEN VON MATH-NODES



## 1 Die Arbeitsoberfläche

---

Die Arbeitsoberfläche von Math Nodes bietet eine intuitive und interaktive Umgebung zur Arbeit mit mathematischen Maschinen den Math-Nodes. Hier sind die grundlegenden Funktionen und Interaktionen, die auf der Arbeitsoberfläche möglich sind:

### 1.1 Maschinen verschieben

Maschinen können mit der Maus oder dem Finger frei in der Arbeitsfläche verschoben werden.

### 1.2 Maschinen verbinden

In Math-Nodes haben Maschinen Ein- und Ausgänge, die es ermöglichen, sie mit anderen Maschinen zu verbinden. Dazu benutzt du Kabel. An jedem Eingang darf nur ein Kabel angeschlossen werden, während an einem Ausgang beliebig viele Kabel angeschlossen werden können. Ausgänge sind blau und Eingänge orange markiert. Das Verbinden ist von beiden Seiten möglich. Wenn bereits ein Kabel vorhanden ist, kannst du es lösen, indem du es am Ende anfasst, oder ein neues Kabel erstellen, indem du es am Anfang anfasst.

### 1.3 Maschinen hinzufügen

Um eine neue Maschine hinzuzufügen, doppelklicke auf eine leere Stelle in der Arbeitsfläche oder auf eine bestehende Maschine, um sie zu ersetzen. Dadurch öffnet sich ein Menü, in dem du die gewünschte Maschinenart auswählen kannst. Alternativ kannst du das Menü auch über den Button "Neue Maschine" öffnen. Eine Maschine entfernen kannst du über die Zurücktaste deiner Tastatur oder das Menü.

### 1.4 Zwischenwerte am Kabel ablesen

In der Mitte jeder Kabelverbindung in Math-Nodes gib es einen kleinen Kreis. Wenn du die Maus darauf bewegst, wird dir das Zwischenergebnis angezeigt. Das ist oft schneller als eine extra Feedbackmaschine dort anzuschließen. Arbeitest du mit Wortmaschinen, wird dir dort der aktuelle Text angezeigt. Bei den Funktionsmaschinen der aktuelle Wert abhängig vom eingestellten Wert der unabhängigen Variablen.

### 1.5 Leuchten an den Ein- und Ausgängen

Bestimmt ist dir schon aufgefallen, dass die Ein- und Ausgänge der einzelnen Maschinen verschiedenfarbig leuchten. Helligkeit und Farbe sind dabei nicht zufällig, sondern geben visuelles Feedback über die Werte, die durch die Verbindungen fließen. Positive Werte werden in verschiedenen Grüntönen dargestellt -je heller desto größer der Wert-, während negative Werte in verschiedenen Rottönen angezeigt werden -je heller, desto kleiner der Wert-. Die Farben können natürlich nicht unendlich hell werden, sodass der Helligkeitsunterschied immer kleiner wird, je größer bzw. kleiner der Wert wird.

### 1.6 Einstellungen von Maschinen ändern

Manche Maschinen haben Textfelder oder Knöpfe, sodass du Einstellungen und Werte der Maschine verändern kannst. Zum Ändern der entsprechenden Einstellungen musst du einfach in das Textfeld oder auf den Button klicken. Durch Drücken und Ziehen kannst du Schieberegler wie z.B. bei den Feedback Maschine für den Graphen bearbeiten.

## 1.7 Maschinen einklappen

Wenn du den Überblick verlierst, kannst du Maschinen einklappen. Dazu klickst du auf den Kreis oben links in der Maschine. Genauso kannst du sie wieder ausklappen. In manchen Aufgaben findest du Maschinen, die schon eingeklappt sind und sich nicht ausklappen lassen. Das ist Absicht, um dir die Lösung einer Aufgabe nicht zu verraten.

## 1.8 Das Menü

Jeder Arbeitsfläche bei Math-Nodes hat ein eigenes Menü, das verschiedene Funktionen bereitstellt. Das sind die wichtigsten Funktionen: Vollbild, Als Bild speichern, Speichern, Laden, Alles Löschen, Neue Maschine, Zoom, Maschinen sortieren, Maschine löschen.

### Vollbild

Schaltet die Ansicht in den Vollbildmodus, sodass du mehr Platz hast, um mit deinen Maschinen zu arbeiten. Um den Vollbildmodus zu verlassen, drücke die Esc-Taste oder klicke erneut auf die Vollbild-Schaltfläche.

### Als Bild speichern

Speichert die aktuelle Ansicht der Arbeitsfläche als Bilddatei. Dies ist nützlich, um deine Arbeit zu dokumentieren oder zu teilen.

### Speichern

Speichert den aktuellen Zustand der Arbeitsfläche, damit du später weiterarbeiten kannst. Du kannst deine Arbeit jederzeit laden und fortsetzen. Die Datei wird lokal auf deinem Computer gespeichert und kann in jede Arbeitsfläche auf Math-Nodes geladen werden.

### Laden

Lädt einen zuvor gespeicherten Zustand der Arbeitsfläche. Dies ermöglicht es dir, an einem früheren Punkt deiner Arbeit weiterzumachen. So kannst du z.B. auch eigene Aufgaben erstellen. Unter (hier noch nicht bestehende Seite verlinken) gibt es eine leere Arbeitsoberfläche, die dafür gedacht ist.

### Alles Löschen

Entfernt alle Maschinen von der Arbeitsfläche. Du wirst nochmal gewarnt, ob du das wirklich möchtest.

### Neue Maschine

Öffnet ein Menü, in dem du neue Maschinen auswählen und zur Arbeitsfläche hinzufügen kannst. Du kannst zwischen verschiedenen Maschinenarten wählen. Je nachdem, wo auf Math-Nodes du dich befindest, stehen dir die Wort- oder die Funktionsmaschinen zur Verfügung. Eine leere Arbeitsfläche, wo du beides verwenden kannst, findest du auf (Seite noch erstellen). In dieses Menü kommst du auch, wenn du doppelt auf eine leere Stelle im Arbeitsfenster klickst oder doppelt auf eine Maschine. Im letzteren Fall wird die geklickte Maschine durch die neue ersetzt. Das ist nützlich, wenn du z.B. verschiedene Wortmaschinen ausprobieren willst. Du verlässt das Menü über den Knopf oben rechts. Wenn du über

den Doppelklick in das Menü gekommen bist, schließt es sich auch nach Auswahl einer neuen Maschine automatisch.

## **Zoom**

Vergrößert oder verkleinert die Ansicht der Arbeitsfläche. Das brauchst du z.B., wenn du ein kleines Display hast.

## **Maschinen sortieren**

Die Maschinen werden automatisch auf der Arbeitsfläche positioniert, um eine optimale Übersicht zu gewährleisten. Dabei werden die Abstände zwischen den Maschinen maximiert, die Positionen der Maschinen untereinander aber möglichst beibehalten. Wenn du die Fenstergröße änderst oder in oder aus dem Vollbildmodus wechselst, passiert das automatisch. Du kannst die Funktion auch nutzen, wenn du aus Versehen eine Maschine aus dem Arbeitsfenster geschoben hast.

## **Maschine löschen**

Entfernt die ausgewählte Maschine von der Arbeitsfläche. Dies ist nützlich, wenn du eine Maschine nicht mehr benötigst.

## **2 Wortmaschinen**

---

Die Wortmaschinen sind in Math-Nodes ein einfacher Einstieg in die Welt der mathematischen Funktionen. Grundlegende Konzepte des Funktionsbegriffs wie Eindeutigkeit, Verkettung, Umkehrbarkeit können hier spielerisch erlernt werden, bevor sie dann mit den Funktionsmaschinen vertieft werden.

### **2.1 Wortmaschinen verketteten**

Du kannst natürlich auch mehrere Maschinen hintereinander verwenden. Es werden dann einfach alle Manipulationen des Textes nacheinander ausgeführt. Du kannst Zwischenergebnisse an den Kreisen in der Mitte der Kabel prüfen oder indem du eine Text-Anzeige-Maschine dazwischen schaltest.

### **2.2 Einzelne Maschinen im Detail**

Hier ist die Funktion aller Wortmaschinen einzeln aufgeführt. Generell für alle gilt, dass nur die Buchstaben A-Z bzw. a-z verändert werden. Sonder- und Leerzeichen bleiben unverändert.

#### **Text Eingabe**

Mit der Text Eingabe Maschine kannst du Text eingeben, der dann von anderen Maschinen weiterverarbeitet wird. Beispiel: "Hallo Welt".

#### **Text Anzeige**

Die Text Anzeige Maschine zeigt den Text an, der von anderen Maschinen verarbeitet wurde. Beispiel: "Hallo Welt" wird angezeigt.



**Alphabet-Countdown**

Ersetzt jeden Buchstaben durch den vorherigen im Alphabet. Beispiel: "BCD" wird zu "ÄBC".

**Rückwärtslesen**

Kehrt den eingegebenen Text um. Beispiel: "Hallo" wird zu "öllaH".

**Vokal-Verwandlung**

Ersetzt alle Vokale (A, I, O, U) durch E. Beispiel: "Hallo" wird zu "Helle".

**Kn Vkl n mnm Txt**

Lässt alle Vokale (A, E, I, O, U) weg. Beispiel: "Hallo Welt" wird zu "Hll Wlt".

**Buchstabenwechsel**

Tauscht immer zwei aufeinanderfolgende Buchstaben. Beispiel: "Hallo" wird zu "äHlol".

**Buchstaben-Sprung**

Überspringt jeden zweiten Buchstaben. Beispiel: "SSPIEL" wird zu "SSIL".

**Alphabetischer Sprung**

Ersetzt jeden Buchstaben durch den übernächsten im Alphabet. Beispiel: "ÄBC" wird zu "CDE".

**Buchstaben-Überlappung**

Lässt den zweiten Buchstaben weg, wenn zwei gleiche Buchstaben aufeinander folgen. Beispiel: "SSCHWIMMEN" wird zu "SSCHWIMEN".

**Vokalwechsel**

Ersetzt jedes E abwechselnd durch A, I, O und U. Beispiel: "Ässen" wird zu "Ässin".

**Buchstabenballett**

Verschiebt immer drei aufeinanderfolgende Buchstaben zyklisch um 1 weiter. Beispiel: "ÄBCDEF" wird zu "BCDAEF".

**Vokaltanz**

Ersetzt jeden Vokal durch den folgenden Vokal im Alphabet. Beispiel: "Hallo" wird zu "Helle".

**Vokalium**

Ersetzt jeden Vokal durch den vorherigen Vokal im Alphabet. Beispiel: "Hallo" wird zu "Hillu".

## Konsonanten verdoppeln

Verdoppelt jeden Konsonanten in einem Wort. Beispiel: SSPIEL" wird zu SSSPIELL".

## Doppelt hält besser

Jeder Buchstabe wird zweimal ausgegeben. Beispiel: SSCHWIMMEN" wird zu SSSCCHHWWIIMMM-MEENN".

## Vorwärts Rückwärts

Nimmt immer abwechselnd ein Wort vom Anfang und Ende des Textes. Beispiel: Eins Zwei Drei Vier" wird zu Eins Vier Zwei Drei".

## 3 Funktionsmaschinen

---

Eine mathematische Funktion kannst du dir vorstellen wie eine Maschine mit einem Eingang und einem Ausgang. Man gibt etwas in die Maschine hinein und erhält dann etwas am Ausgang der Maschine. Eine wichtige Eigenschaft von Funktionen ist dabei, dass immer das Gleiche am Ausgang rauskommt, wenn wir das Gleiche am Eingang einwerfen. Um Funktionsmaschinen in Math-Nodes zu verwenden brauchst du also mindestens 3 Dinge. Eine unabhängige Variable, also das, was du in die Funktionsmaschine hinein gibst und eine Art dir das Ergebnis hinterher anzugucken. In Math-Nodes sind die unabhängige Variable und das Feedback, also das, was du dir von der Funktion anschaust, selbst durch kleine Maschinen repräsentiert.

### 3.1 Eine Funktionsmaschine verwenden

In diesem einfachen Beispiel ist die unabhängige Variable mit der Funktion und der Wert-Feedback-Maschine verbunden. Du kannst dir so anschauen, welchen Funktionswert die Funktion für den jeweils eingestellten Wert der unabhängigen Variable annimmt. Du musst darauf achten, dass der Name der unabhängigen Variable mit der in deiner Funktion verwendeten übereinstimmt und du den ersten Eingang deiner Funktionsmaschine verwendest.

Klickst du doppelt auf eine Funktionsmaschine, werden dir ein paar häufig verwendete Funktionen vorgeschlagen. Die meisten Aufgaben, in denen du Funktionen auswählen sollst, kannst du mit diesen Funktionen lösen.

### 3.2 Feedbackmaschinen verwenden

Wie schon angedeutet gibt es verschiedene Arten des Feedbacks in Math-Nodes. Du kannst dir deine Funktion also auf verschiedene Weise anschauen. Jede Feedbackart hat eine eigene Maschine. Du kannst Sie also jeweils einzeln, aber auch alle gleichzeitig anschließen. Feedbackmaschinen sind in Math-Nodes blau.

## Wert

Die Wert Maschine zeigt den Wert der abhängigen Variable einer mathematischen Funktion an, also den Wert am Ausgang der Funktion und gibt zusätzlich grafisches Feedback. Beispiel: Wenn die Funktion

$f(x) = x + 2$  ist und  $x = 3$ , dann zeigt die Maschine den Wert 5 an. Das grafische Feedback zeigt den Wert als Anteil farbiger Balken an, wobei positive Werte in verschiedenen Rottönen und negative Werte in verschiedenen Blautönen dargestellt werden. Der Anteil an unterschiedlichen Wertebereichen wird bis 1.000.000 untereinander und dann übereinander angezeigt. Die Wertebereiche sind 10, 100, 1000, 10.000, 100000, 1.000.000, 10.000.000, 100.000.000, 1.000.000.000 und 10.000.000.000.

## Gleichung

Die Gleichung Maschine zeigt die mathematische Gleichung an, die als Eingabe verwendet wird. Beispiel: Wenn die Eingabe  $f(x) = x + 2$  ist, dann zeigt die Maschine  $f(x) = x + 2$  an. Wenn du Funktionen verkettest gibt sie die Gesamtgleichung aus, je nachdem wo sie angeschlossen ist.

## Graph

Die Graph Maschine zeichnet den Graphen einer oder mehrerer mathematischer Funktionen. Beispiel: Wenn die Eingabe  $f(x) = x + 2$  ist, dann zeigt die Maschine den Graphen dieser Funktion an.

## Audio

Mit der Audio Maschine kannst du periodische Funktionen hörbar machen. Damit du auch wirklich was hörst, musst du darauf achten, dass sie eine Frequenz zwischen 60 Hz und 13.000 Hz haben. Welche Funktionen geeignet sind, lernst du im Workshop Funktionen hören Wichtig: Auch, wenn du den Ton an der Audio-Maschine anschaltest, wird er nur ausgegeben, wenn die Funktion „läuft“, du die Animation also an der Unabhängige Variable Maschine gestartet hast. Die Audiowiedergabe startet auch an dem Wert der unabhängigen Variable die in der zugehörigen Maschine eingestellt ist.

### 3.3 Funktionen verketteten

### 3.4 Funktionen verknüpfen

### 3.5 Parameter verwenden

### 3.6 Funktionen hören

### 3.7 Einzelne Maschinen im Detail

## Unabhängige Variable

Die Unabhängige-Variable-Maschine ist der Ausgangspunkt jeder Verkabelung mit den Funktionsmaschinen Math-Nodes. Sie ist das Etwas, das Objekt, das du in die Funktionsmaschinen hineingibst. Die Maschine hat folgende Funktionen:

- **Wert einstellen:** Mit dem Zahlen-Widget kannst du den Wert der unabhängigen Variablen einstellen. In den einzelnen Funktionsmaschinen taucht er mit seinem Namen z.B.  $x$  auf, in der Feedback-Maschine Wert siehst du dann aber das Ergebnis, also die abhängige Variable zu deinem hier eingestellten Wert.
- **Name der Variablen:** Im Text-Widget kannst du den Namen der unabhängigen Variablen frei wählen. Beachte, dass nur einzelne Buchstaben erlaubt sind und bestimmte Buchstaben wie 'e' und 'i' nicht verwendet werden können. Der hier verwendete Name muss mit den Namen der unabhängigen Variablen in den einzelnen Funktionsmaschinen übereinstimmen.

- **Animation:** Mit dem Button "Animation" kannst du die Animation der unabhängigen Variablen aktivieren oder deaktivieren. Wenn die Animation aktiviert ist, steigt der Wert der Variablen ausgehend von deinem eingestellten Startwert kontinuierlich an. So kannst du die Funktionen in Echtzeit verfolgen und z.B. das Wachstumsverhalten zweier Funktionen miteinander vergleichen. Außerdem startest du so auch die Tonausgabe, wenn du die Audio-Feedback-Maschine nutzt.
- **Titel:** Im Titel der Maschine siehst du immer den Namen der unabhängigen Variablen. Wenn die Animation aktiv ist, wird zusätzlich der aktuelle Wert angezeigt.

Diese Funktionen machen die UV-Maschine zu einem wichtigen Werkzeug, um mit unabhängigen Variablen in deinen Projekten zu arbeiten.

## Parameter

Die Parameter-Maschine funktioniert ähnlich wie die Unabhängige-Variable-Maschine, nur, dass du Sie nur an den Parameter-Eingang der Funktionsmaschinen anschließen kannst. Der Eingestellte Wert wird dann in der Funktion direkt übernommen. Du kannst auch hier eine Animation starten, um dir z.B. in der Graph-Maschine anzuschauen, wie sich die Funktion bei der Veränderung des Parameters verhält.

## Funktion

### Operation

### Feedback Gleichung

Die Gleichung-Maschine zeigt die mathematische Gleichung an, die als Eingabe verwendet wird. Beispiel: Wenn die Eingabe  $f(x) = x + 2$  ist, dann zeigt die Maschine  $f(x) = x + 2$  an. Wenn du Funktionen verkettest gibt sie die Gesamtgleichung aus, je nachdem wo sie angeschlossen ist. In vielen Aufgaben ist z.B. eine Funktionsgleichung vorgegeben, die du verkabeln sollst. Diese ist dann vorab in der Gleichung-Maschine gespeichert. Du kannst jederzeit zurück zur vorgegebenen Gleichung, wenn du das Kabel zur Gleichungsmaschine kurz löst. Wie du selbst Gleichungen speichern kannst, erfährst du unter **??**.

### Feedback Wert

Die Wert Maschine zeigt den Wert der abhängigen Variable einer mathematischen Funktion an, also den Wert am Ausgang der Funktion und gibt zusätzlich grafisches Feedback. Beispiel: Wenn die Funktion  $f(x) = x + 2$  ist und  $x = 3$ , dann zeigt die Maschine den Wert 5 an. Das grafische Feedback zeigt den Wert als Anteil farbiger Balken an, wobei positive Werte in verschiedenen Rottönen und negative Werte in verschiedenen Blautönen dargestellt werden. Der Anteil an unterschiedlichen Wertebereichen wird bis 1.000.000 untereinander und dann übereinander angezeigt. Die Wertebereiche sind 10, 100, 1000, 10.000, 100000, 1.000.000, 10.000.000, 100.000.000, 1.000.000.000 und 10.000.000.000.

### Feedback Graph

Die Graph-Maschine kannst du nutzen, um die Graphen zu deinen Funktionen zu visualisieren:

- **Eingänge für Funktionen:** Die Maschine hat vier Eingänge, an die verschiedene mathematische Funktionen angeschlossen werden können. Jede Funktion wird in einer anderen Farbe dargestellt.

- **Zoom-Funktion:** Es gibt zwei Schieberegler (Widgets) für die Zoom-Einstellungen in X- und Y-Richtung. Diese Regler ermöglichen es, den Wertebereich der X- und Y-Achsen anzupassen.
- **Gitternetzlinien:** Die Maschine zeichnet Gitternetzlinien, die sich an der Skalierung der Achsen orientieren. Diese Linien helfen, die Positionen der Punkte auf dem Graphen besser zu erkennen.
- **Achsenbeschriftungen:** Die X- und Y-Achsen sind mit Beschriftungen versehen, die die aktuellen Werte anzeigen. Diese Beschriftungen passen sich automatisch an den Zoom und die Skalierung an.
- **Farbige Darstellung:** Jede der vier Funktionen wird in einer eigenen Farbe dargestellt, um sie leicht unterscheiden zu können.
- **Diskontinuitäten erkennen:** Die Maschine erkennt Diskontinuitäten in den Funktionen und unterbricht die Linienzeichnung, um diese korrekt darzustellen.
- **Hintergrundfarbe:** Die Hintergrundfarbe des Graphen kann zwischen Schwarz und Weiß umgeschaltet werden.
- **Speichern von Gleichungen:** Es gibt die Möglichkeit, eine Gleichung und die zugehörigen Variablen zu speichern und später wieder abzurufen.

Beachte, dass es bei sehr schnell oszillierenden Funktionen z.B. Sinusfunktionen mit einer Frequenz im hörbaren Bereich zu Darstellungsfehlern kommen kann. In diesem Fall solltest du die Frequenz der Funktion verringern.

### Feedback Audio

Mit der Audio Maschine kannst du periodische Funktionen hörbar machen. Damit du auch wirklich was hörst, musst du darauf achten, dass sie eine Frequenz zwischen  $60\text{ Hz}$  und  $13.000\text{ Hz}$  haben. Welche Funktionen geeignet sind, lernst du im Workshop Funktionen hören Wichtig: Auch, wenn du den Ton an der Audio-Maschine anschaltest, wird er nur ausgegeben, wenn die Funktion „läuft“, du die Animation also an der Unabhängige Variable Maschine gestartet hast. Die Audiowiedergabe startet auch an dem Wert der unabhängigen Variable die in der zugehörigen Maschine eingestellt ist.



